

既存データからみる看護管理 —病院内の「待ち」をみる—

井上 文彰

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

本講演のテーマ

病院内に蓄積された 「既存データ」の活用

- 院内システムの電子化
 - ◆ 日々、大量のデータが自動的に蓄積され続ける
- データ利活用への期待
 - ◆ 院内業務の実態把握
 - ◆ 意思決定に際する客観的根拠付け
- 本講演では、具体例を通じて蓄積データの活用法を提示

病院で生じる「待ち」の問題 に対する定量的アプローチ

- 「待ち」は患者不満の代表格
 - ◆ 3時間待ちの3分診療？
 - ◆ 診察後も会計待ち
- 待ち行列理論
 - ◆ 「待ち」の数学的理論
 - ◆ 100年以上の歴史があり現在も研究が続いている
- 本講演では、理論の初歩とデータ分析への応用を解説

本講演のテーマ

病院内に蓄積された 「既存データ」の活用

- 院内システムの電子化
 - ◆ 日々、大量のデータが自動的に蓄積され続ける
- データ利活用への期待
 - ◆ 院内業務の実態把握
 - ◆ 意思決定に際する客観的根拠付け
- 本講演では、具体例を通じて蓄積データの活用法を提示

病院で生じる「待ち」の問題 に対する定量的アプローチ

- 「待ち」は患者不満の代表格
 - ◆ 3時間待ちの3分診療？
 - ◆ 診察後も会計待ち
- 待ち行列理論
 - ◆ 「待ち」の数学的理論
 - ◆ 100年以上の歴史があり現在も研究が続いている
- 本講演では、理論の初歩とデータ分析への応用を解説

本講演のテーマ

病院内に蓄積された
「既存データ」の活用

- 院内システムの電子化
 - ◆ 日々、大量のデータが自動的に蓄積され続ける
- データ利活用への期待
 - ◆ 院内業務の実態把握
 - ◆ 意思決定に際する客観的根拠付け
- 本講演では、具体例を通じて蓄積データの活用法を提示

病院で生じる「待ち」の問題
に対する定量的アプローチ

- 「待ち」は患者不満の代表格
 - ◆ 3時間待ちの3分診療？
 - ◆ 診察後も会計待ち
- 待ち行列理論
 - ◆ 「待ち」の数学的理論
 - ◆ 100年以上の歴史があり現在も研究が続いている
- 本講演では、理論の初歩とデータ分析への応用を解説

本講演のテーマ

病院内に蓄積された 「既存データ」の活用

- 院内システムの電子化
 - ◆ 日々、大量のデータが自動的に蓄積され続ける
- データ利活用への期待
 - ◆ 院内業務の実態把握
 - ◆ 意思決定に際する客観的根拠付け
- 本講演では、具体例を通じて蓄積データの活用法を提示

病院で生じる「待ち」の問題 に対する定量的アプローチ

- 「待ち」は患者不満の代表格
 - ◆ 3時間待ちの3分診療？
 - ◆ 診察後も会計待ち
- 待ち行列理論
 - ◆ 「待ち」の数学的理論
 - ◆ 100年以上の歴史があり現在も研究が続いている
- 本講演では、理論の初歩とデータ分析への応用を解説

分析対象の病院の概要

- 1日に1,000人を超える外来患者が来院する大規模総合病院
- 会計システムおよび自動精算機(5台)を導入済

典型的な患者の受診フロー:

- 来院時に、診察券を診察受付機に通す
- 各診療科で診察を受ける
- 診察を終えると、会計計算受付機に診察券を通す
 - ➡ 保険証の確認等が必要な場合、有人窓口へ案内
- 会計計算完了の通知を受けると、自動精算機で料金を支払う



分析対象の病院の概要

- 1日に1,000人を超える外来患者が来院する大規模総合病院
- 会計システムおよび自動精算機(5台)を導入済

典型的な患者の受診フロー:

- 来院時に、診察券を診察受付機に通す
- 各診療科で診察を受ける
- 診察を終えると、会計計算受付機に診察券を通す
 - ➡ 保険証の確認等が必要な場合、有人窓口へ案内
- 会計計算完了の通知を受けると、自動精算機で料金を支払う

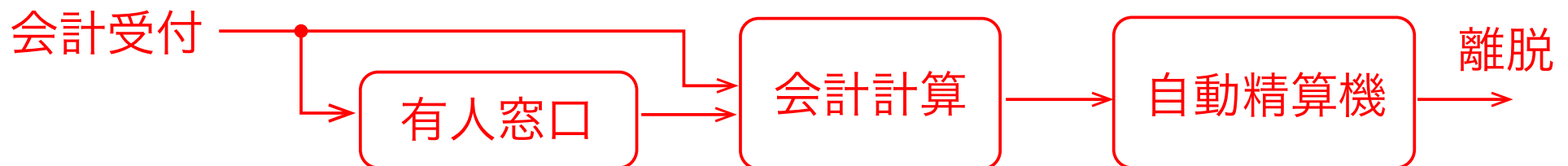


分析対象の病院の概要

- 1日に1,000人を超える外来患者が来院する大規模総合病院
- 会計システムおよび自動精算機(5台)を導入済

典型的な患者の受診フロー:

- 来院時に、診察券を診察受付機に通す
- 各診療科で診察を受ける
- 診察を終えると、会計計算受付機に診察券を通す
 - ➡ 保険証の確認等が必要な場合、有人窓口へ案内
- 会計計算完了の通知を受けると、自動精算機で料金を支払う



会計ログデータ

- 当該病院では、会計受付システムのログデータを蓄積

患者レコードの例:

		⋮	
16	09:09:19	09:11:16	受付:2
	09:11:17	09:11:07	会計情報発生。(0円以外)
	09:11:17	09:11:17	精算機案内表示開始。(来院番号:183)
	09:12:07	09:12:04	会計精算(入金)
17	09:09:33	09:11:32	受付:2
	09:11:42	09:11:24	会計情報発生。(0円以外)
	09:11:42	09:11:42	精算機案内表示開始。(来院番号:104)
	09:12:57	09:12:45	会計精算(入金)
		⋮	

- 今回は2015年・2016年のデータ(485日)の提供を受けた

◆ 延べ患者数は764,283

会計ログデータ

- 当該病院では、会計受付システムのログデータを蓄積

患者レコードの例:

		⋮	
16	09:09:19	09:11:16	受付:2
	09:11:17	09:11:07	会計情報発生。(0円以外)
	09:11:17	09:11:17	精算機案内表示開始。(来院番号:183)
	09:12:07	09:12:04	会計精算(入金)
17	09:09:33	09:11:32	受付:2
	09:11:42	09:11:24	会計情報発生。(0円以外)
	09:11:42	09:11:42	精算機案内表示開始。(来院番号:104)
	09:12:57	09:12:45	会計精算(入金)
		⋮	

- 今回は2015年・2016年のデータ(485日)の提供を受けた

◆ 延べ患者数は 764,283

データの前処理 (1)

- ログデータをもとに、患者を以下の 5 種類に分類
 - (a) 診療料金が 0 円ではない患者
 - (a-1) 当日中に精算機で支払いを行った患者 (85.0%)
 - (a-2) 当日中に精算機で支払いを行っていない患者 (1.1%)
 - (b) 診療料金が 0 円の患者
 - (b-1) 当日中に精算機で支払いを行った患者 (7.3%)
 - (b-2) 当日中に精算機で支払いを行っていない患者 (4.9%)
 - (c) 会計時刻データに欠損のある患者 (1.7%)
- 以下の分析では、(a-1) と (b-1) の患者のみを扱う
 - ◆ 便宜上、分析対象患者数を有効受付数と呼ぶ

データの前処理 (1)

- ログデータをもとに、患者を以下の 5 種類に分類

(a) 診療料金が 0 円ではない患者

(a-1) 当日中に精算機で支払いを行った患者 (85.0%)

(a-2) 当日中に精算機で支払いを行っていない患者 (1.1%)

(b) 診療料金が 0 円の患者

(b-1) 当日中に精算機で支払いを行った患者 (7.3%)

(b-2) 当日中に精算機で支払いを行っていない患者 (4.9%)

(c) 会計時刻データに欠損のある患者 (1.7%)

- 以下の分析では、(a-1) と (b-1) の患者のみを扱う

◆ 便宜上、分析対象患者数を有効受付数と呼ぶ

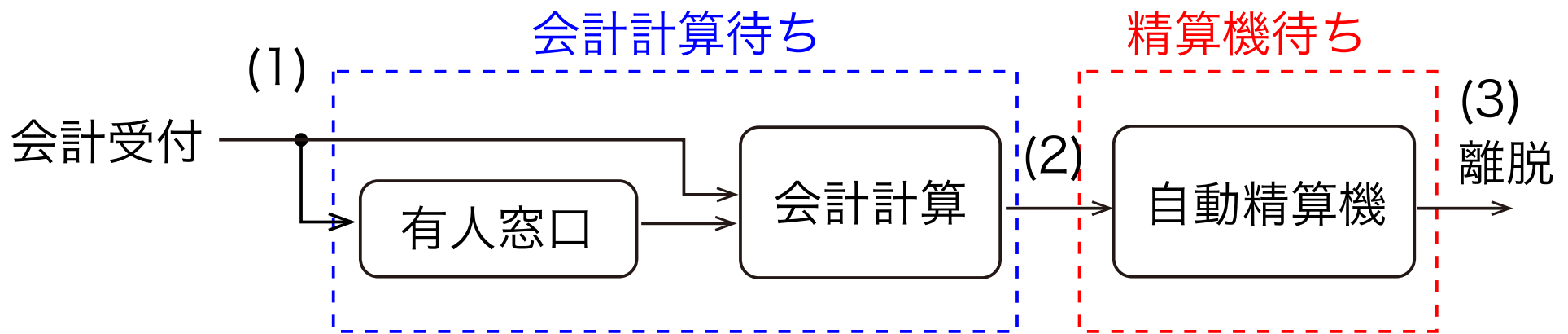
データの前処理 (2)

- 各患者のレコードから、3種類の時刻を取得

(1) 会計受付時刻, (2) 会計計算完了時刻, (3) 支払い完了時刻

これらを集計することで、各時刻における待ち人数が計算可能

- ◆ 会計計算待ち人数: (1) を終えて、(2) が未完了の総人数
- ◆ 精算機待ち人数: (2) を終えて、(3) が未完了の総人数



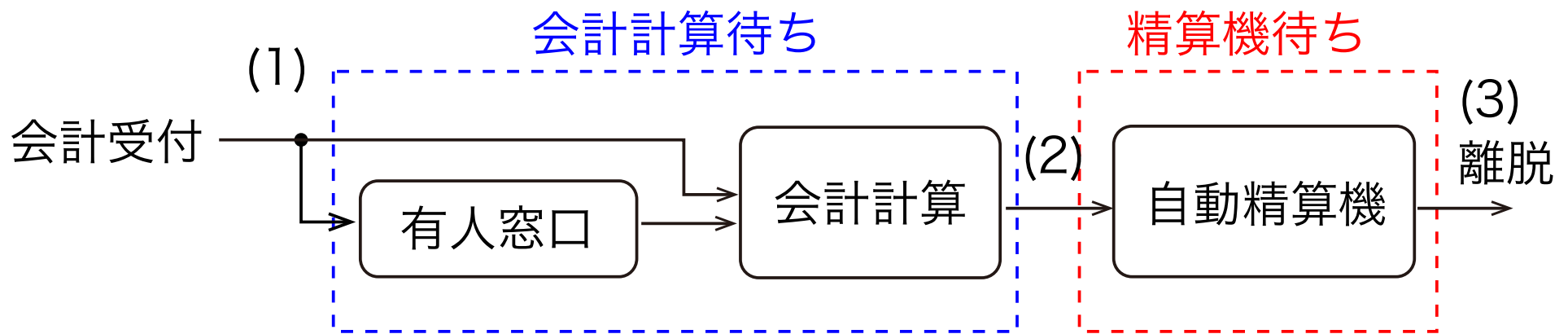
データの前処理 (2)

- 各患者のレコードから、3種類の時刻を取得

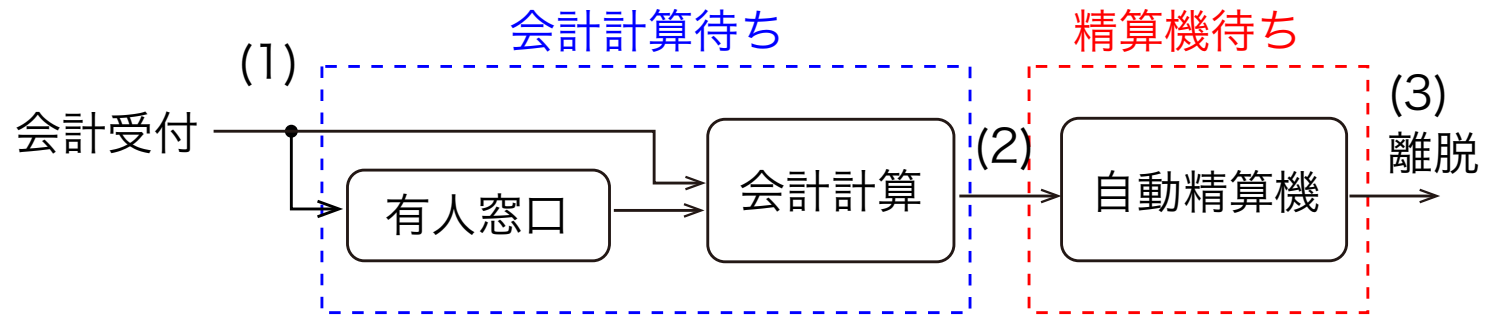
(1) 会計受付時刻, (2) 会計計算完了時刻, (3) 支払い完了時刻

これらを集計することで、各時刻における待ち人数が計算可能

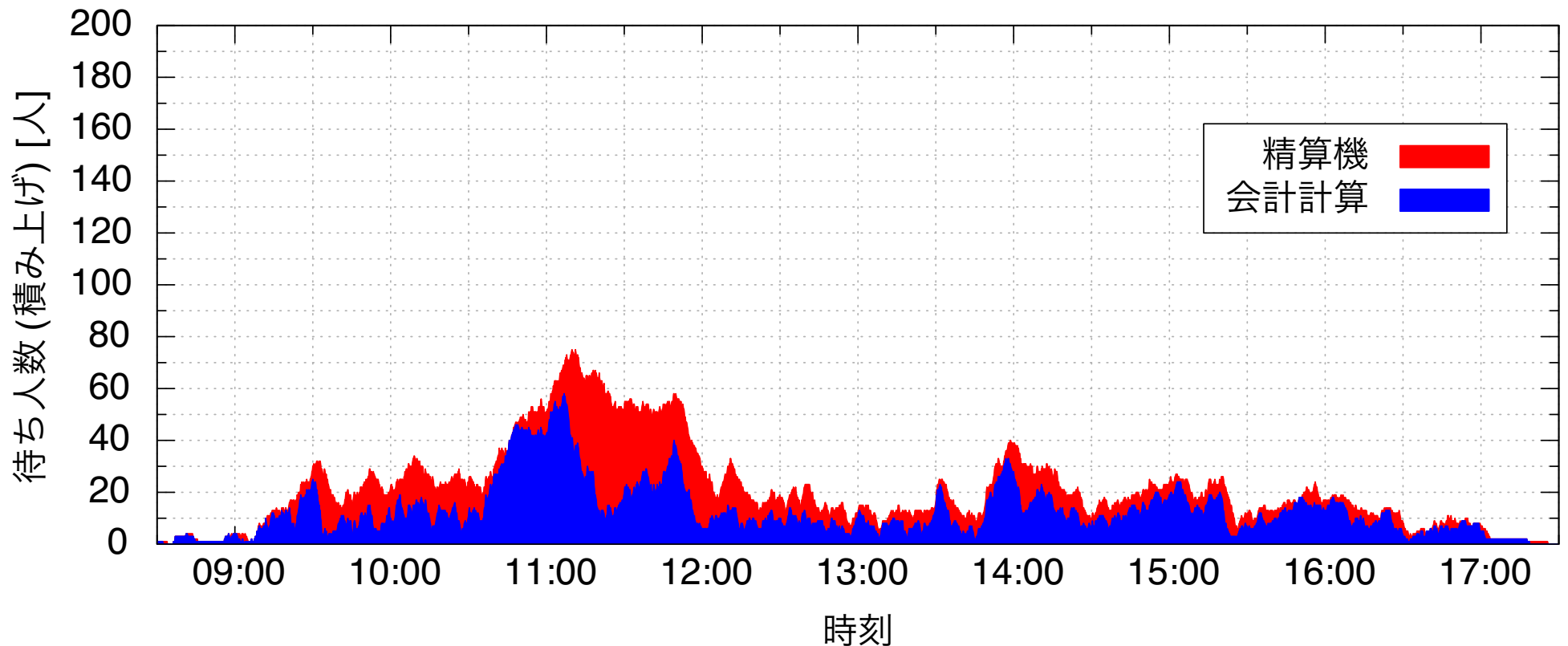
- ◆ 会計計算待ち人数: (1) を終えて、(2) が未完了の総人数
- ◆ 精算機待ち人数: (2) を終えて、(3) が未完了の総人数



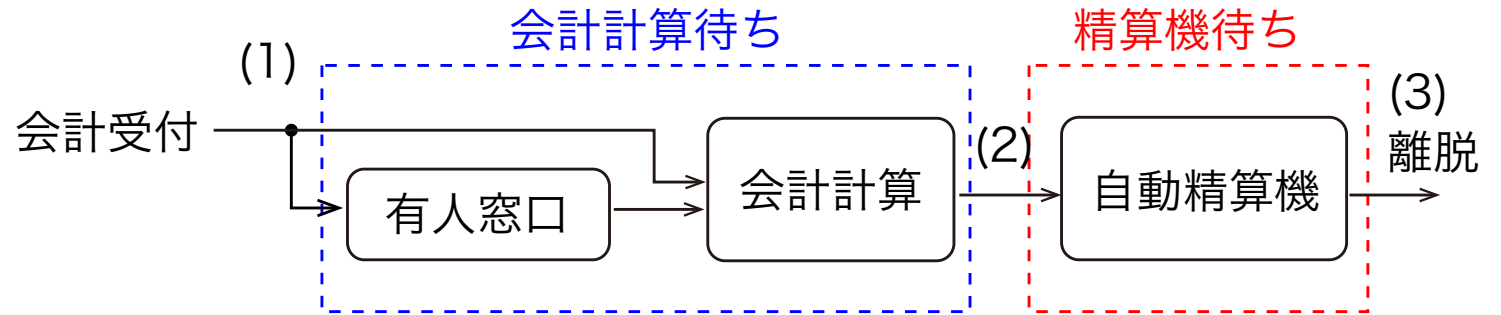
時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



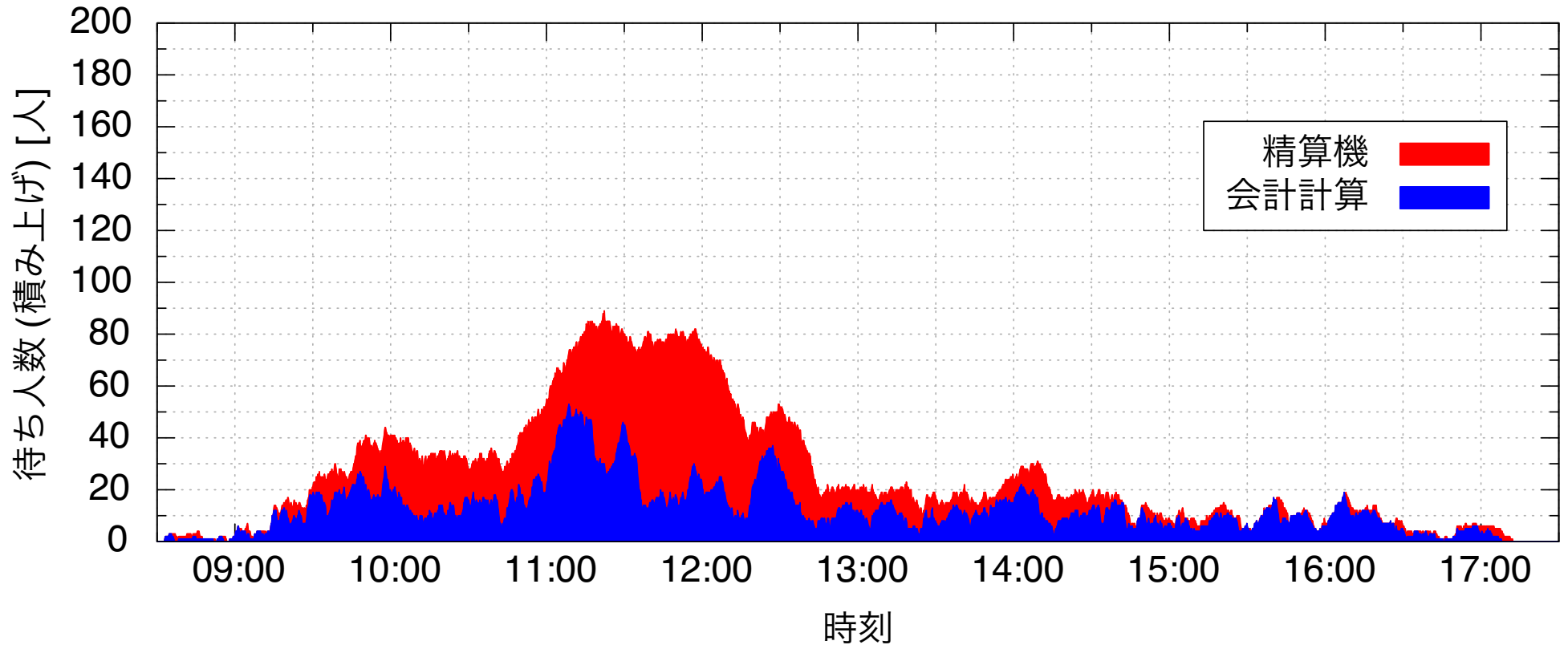
2015年06月01日(月)



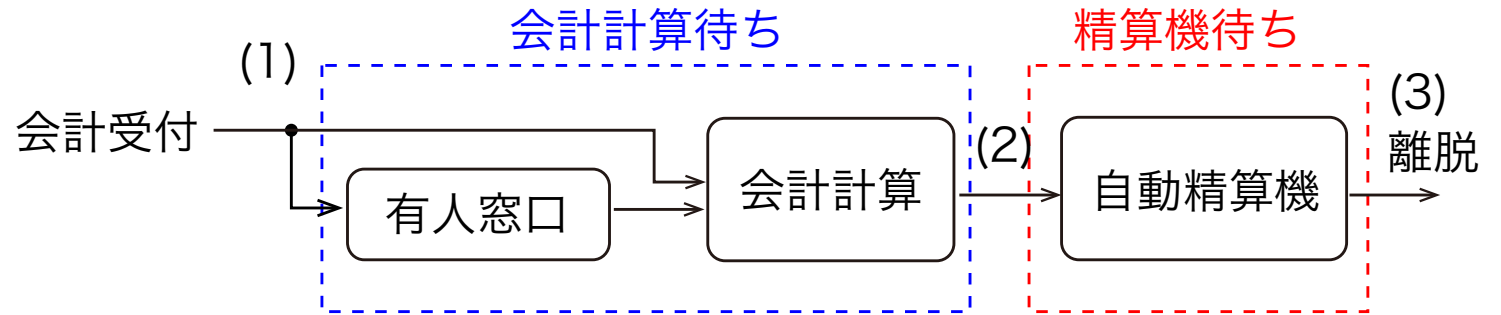
時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



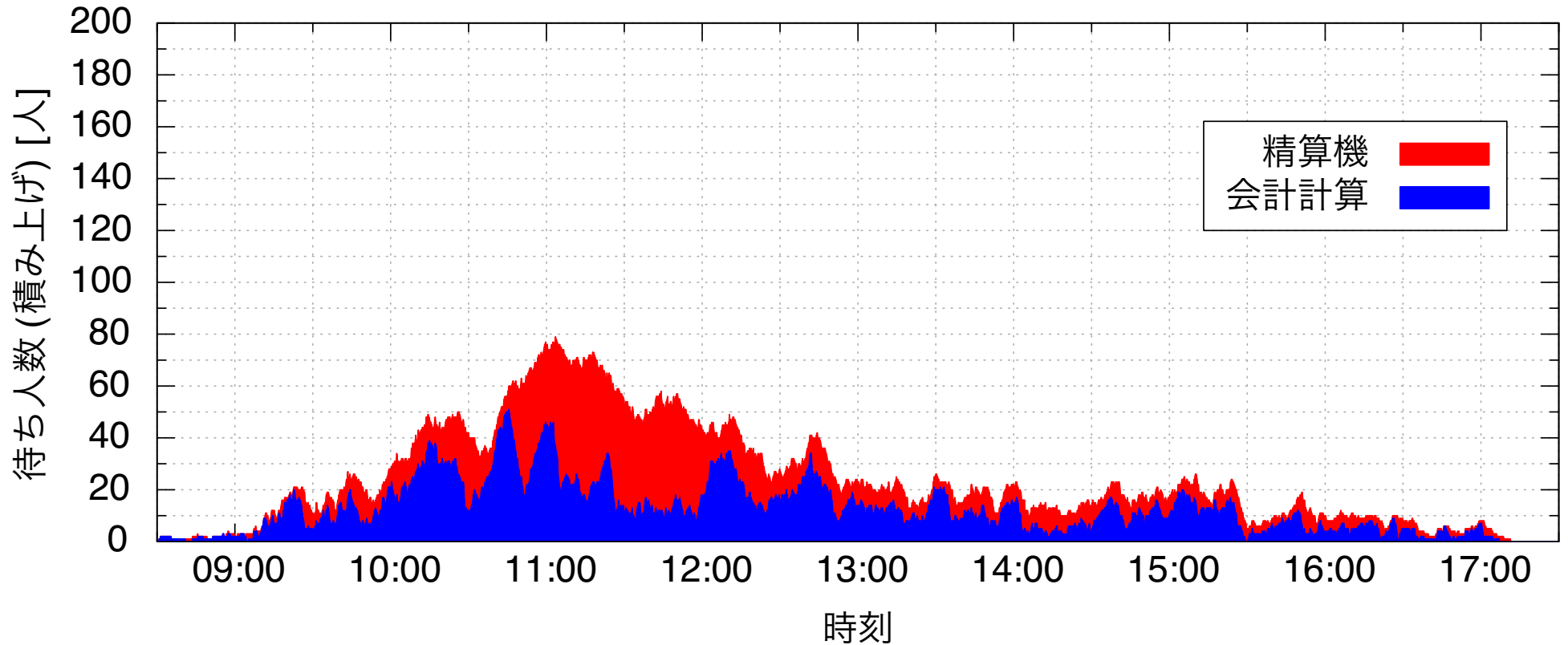
2015年06月02日(火)



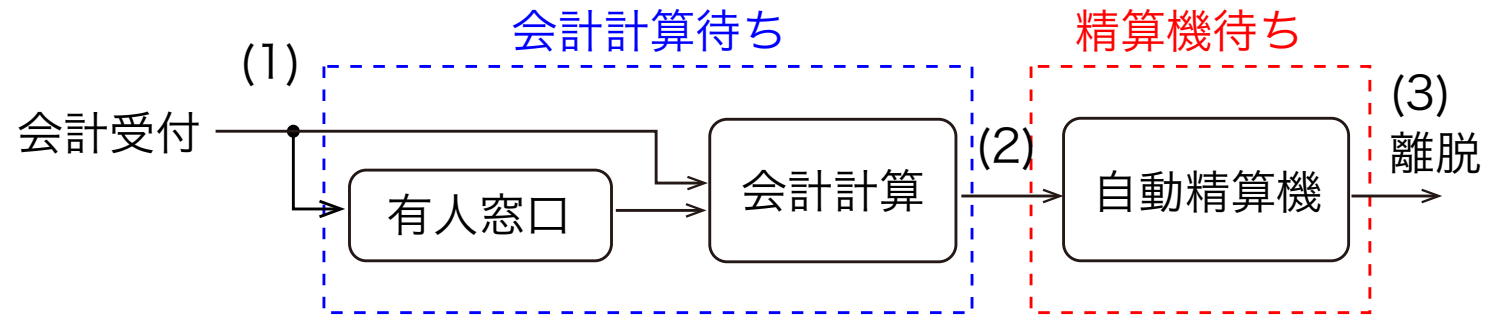
時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



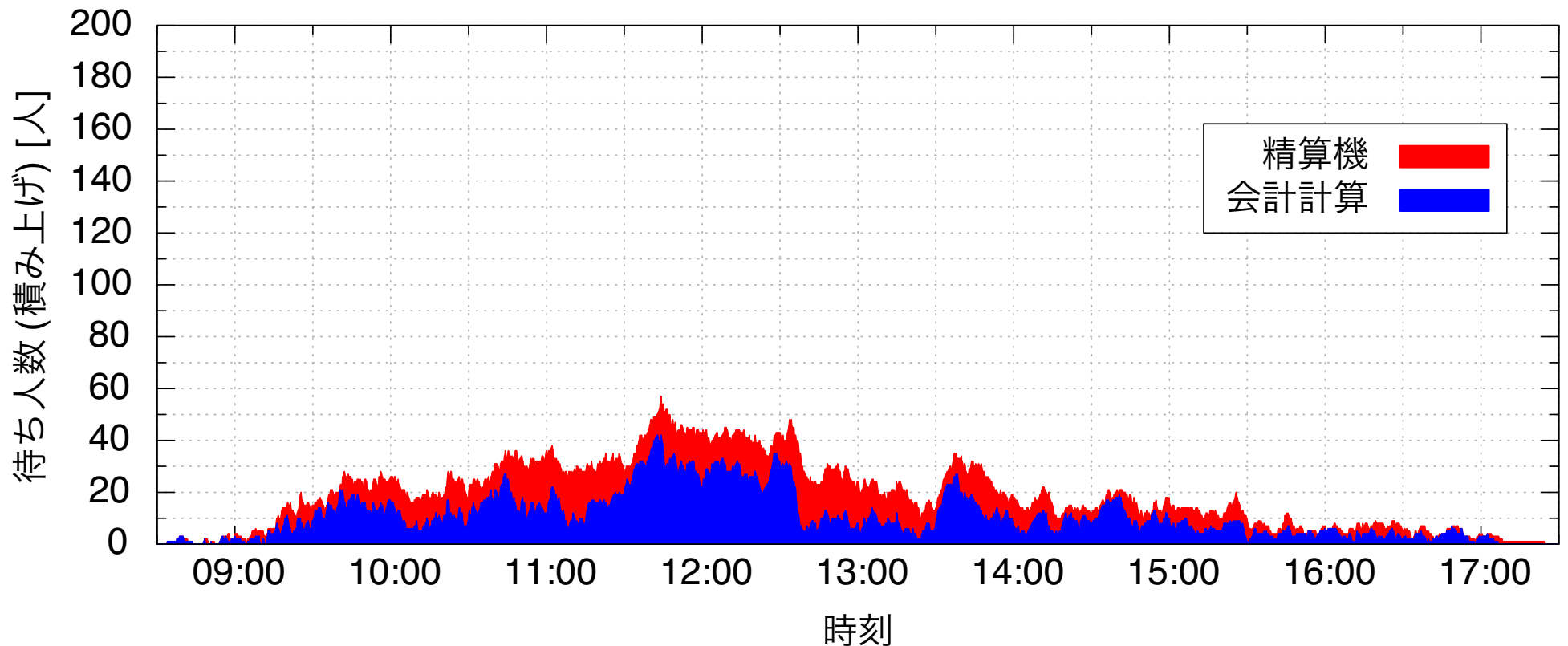
2015年06月03日(水)



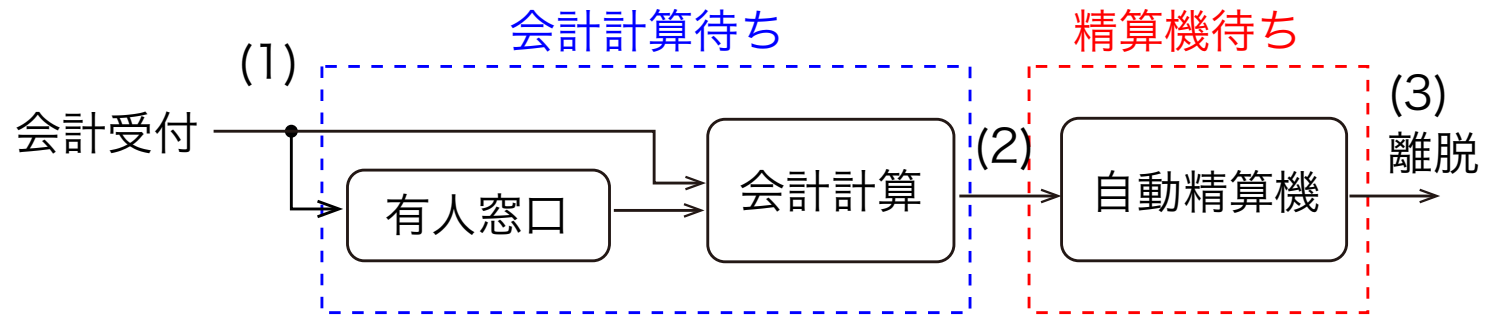
時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



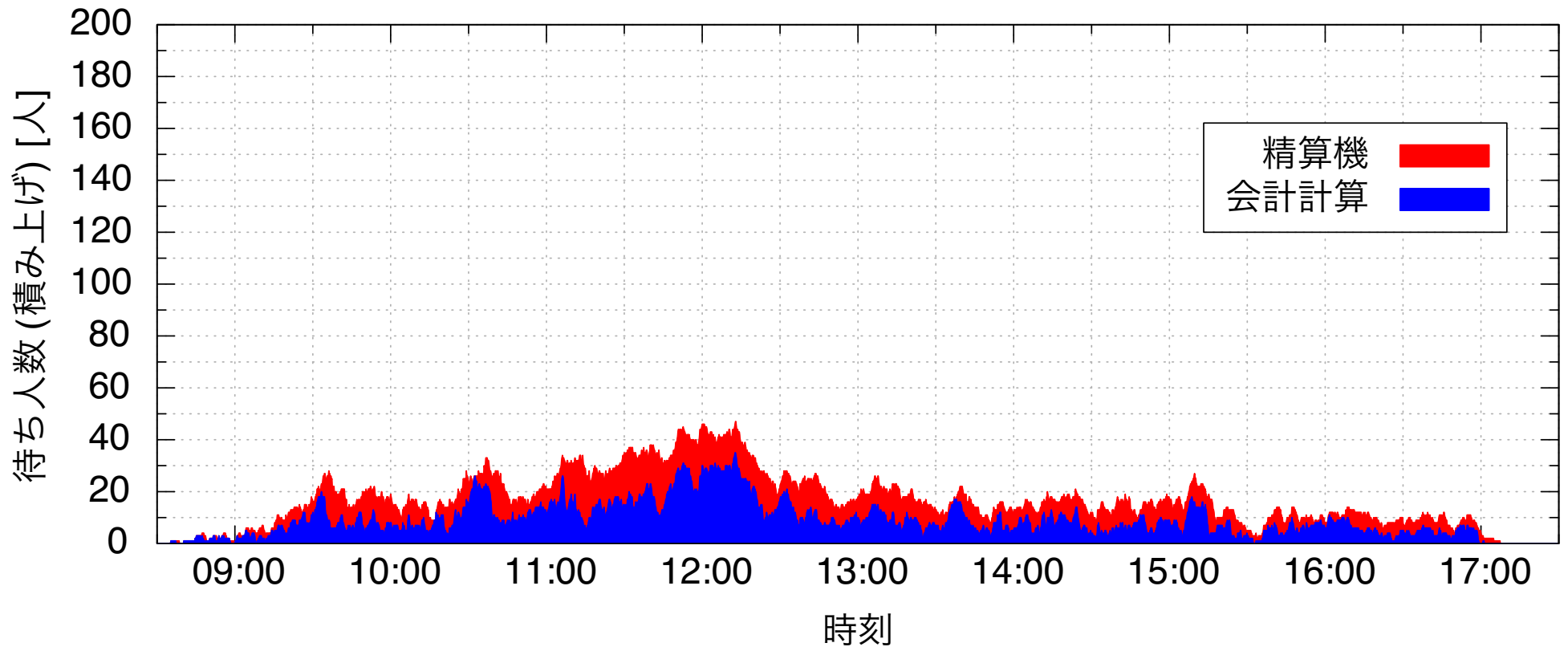
2015年06月04日(木)



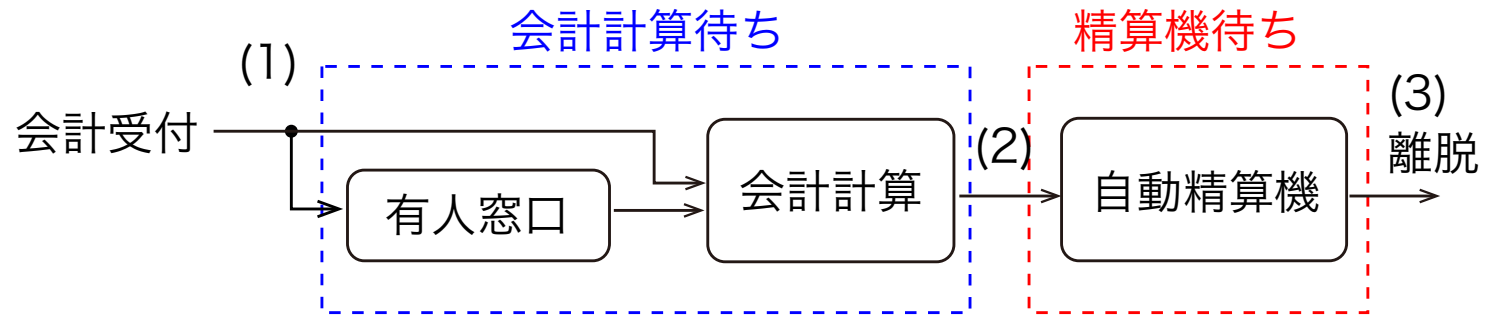
時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



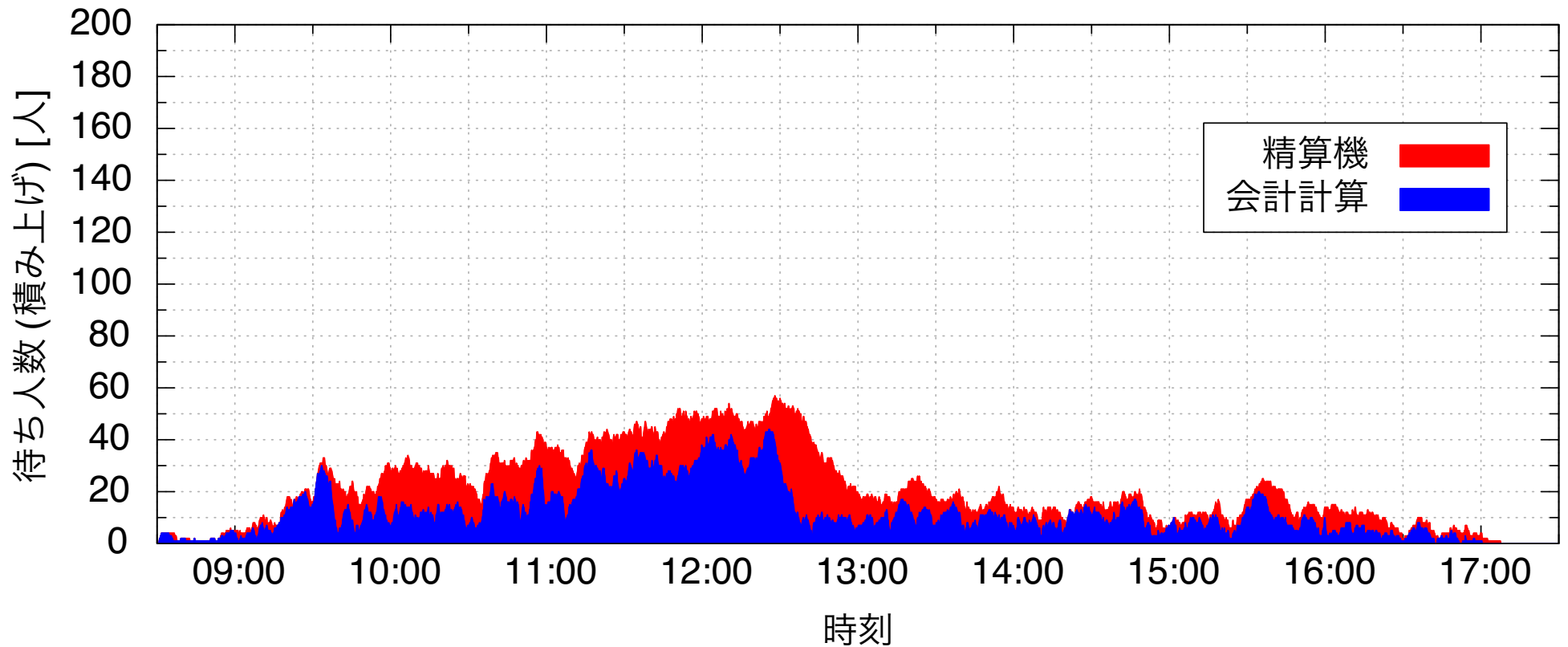
2015年06月05日(金)



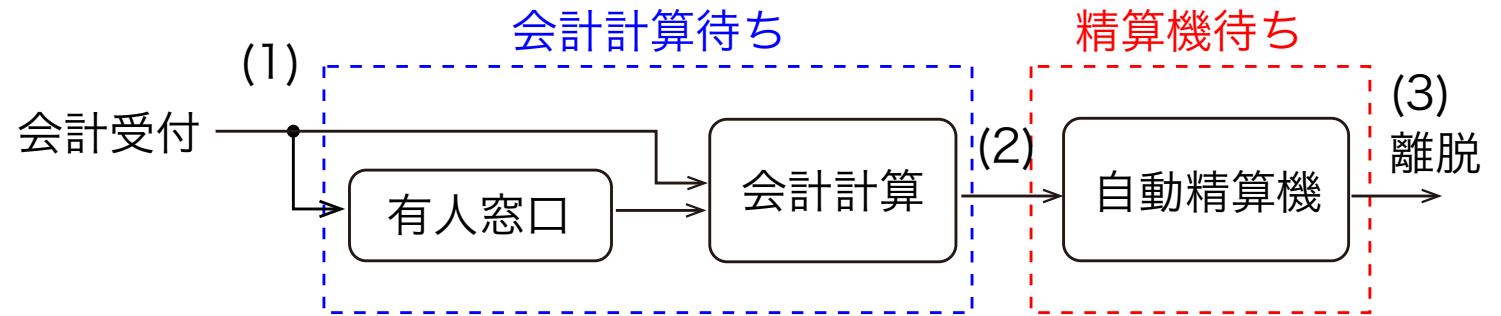
時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



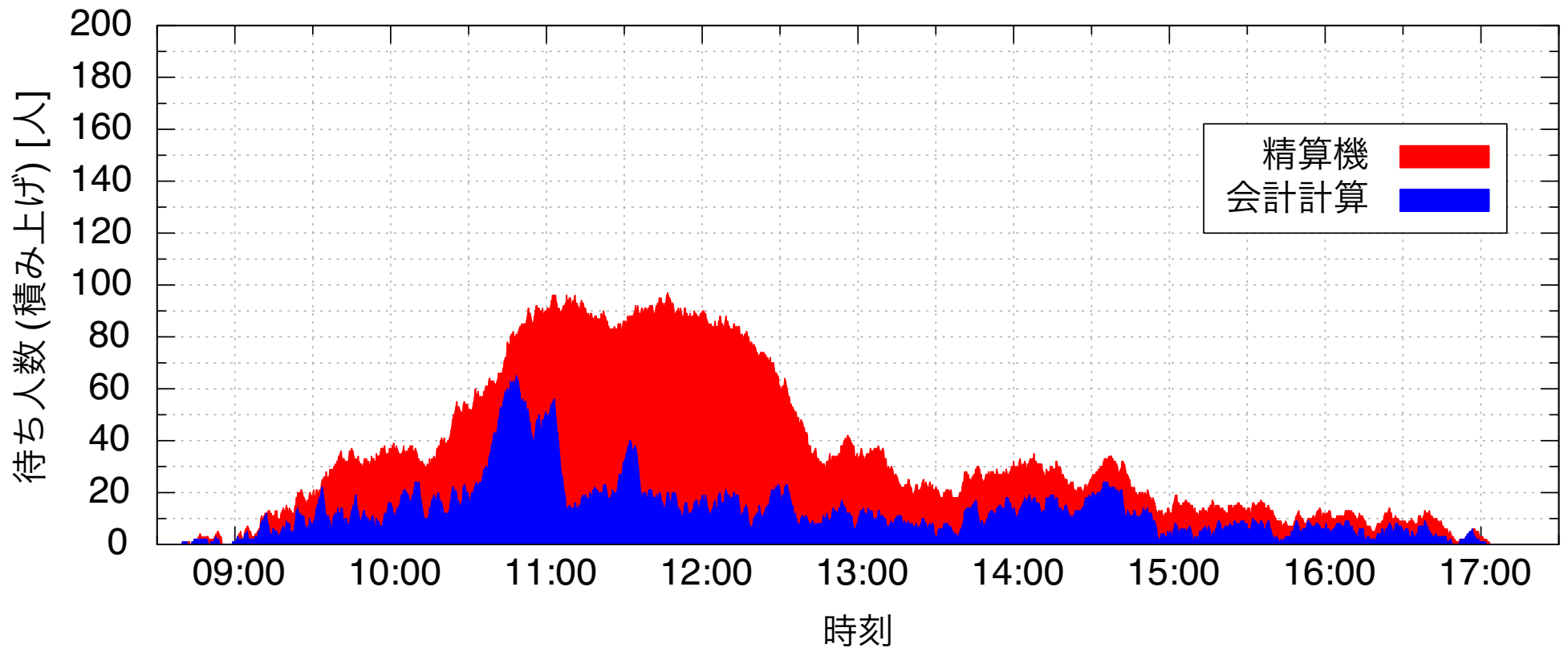
2015年06月08日(月)



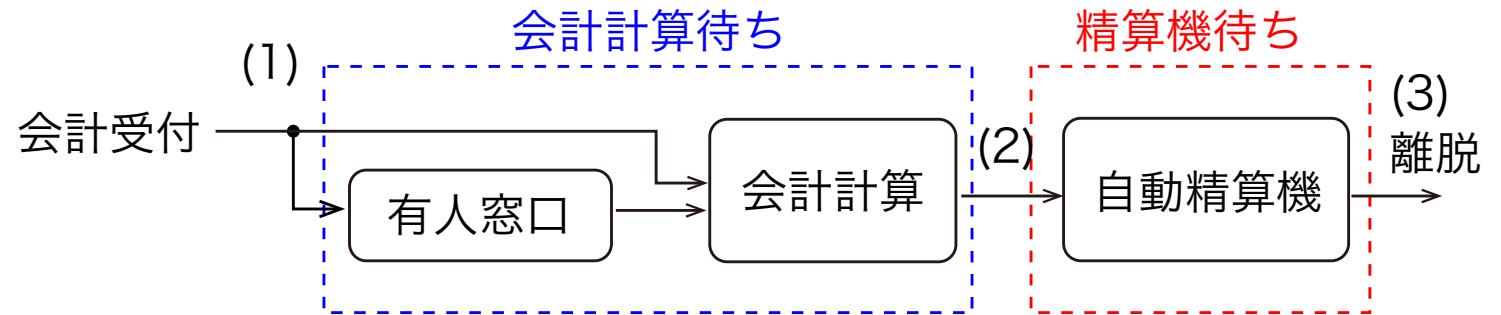
時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



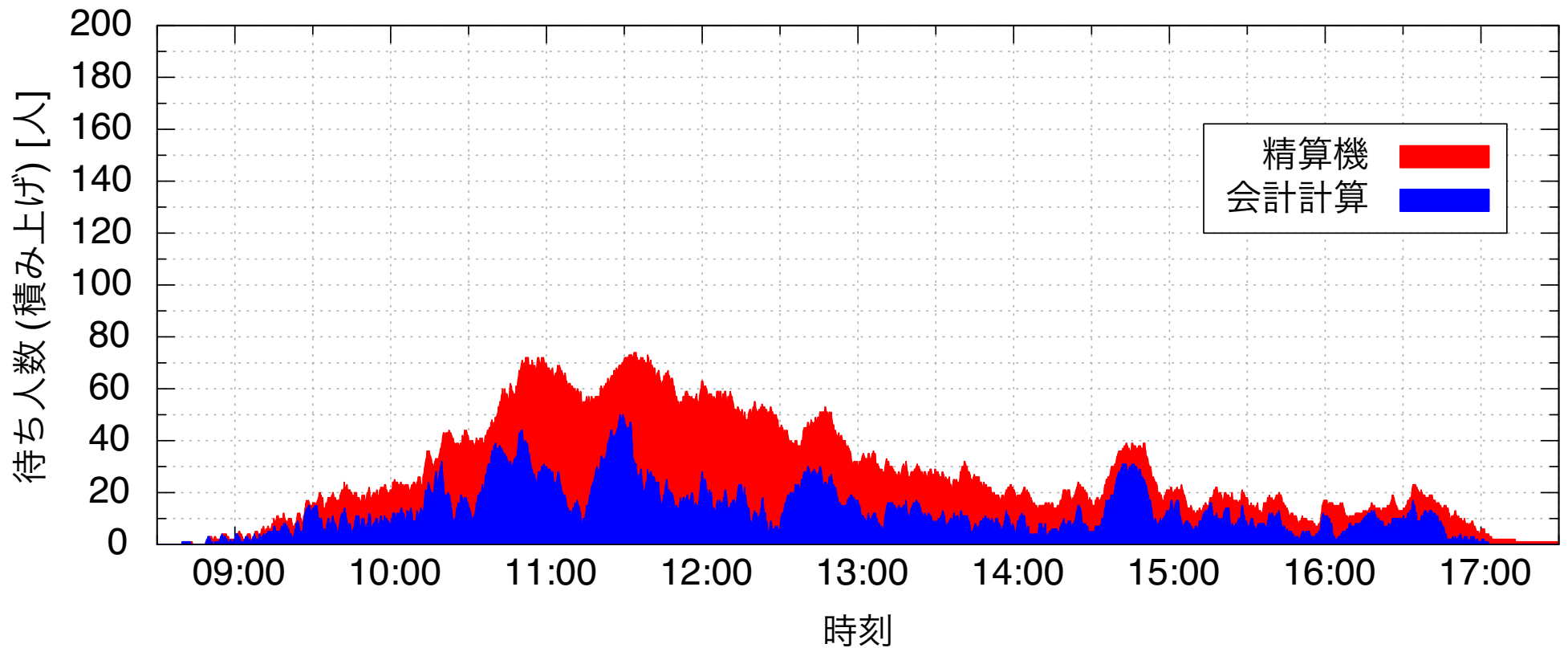
2015年06月09日(火)



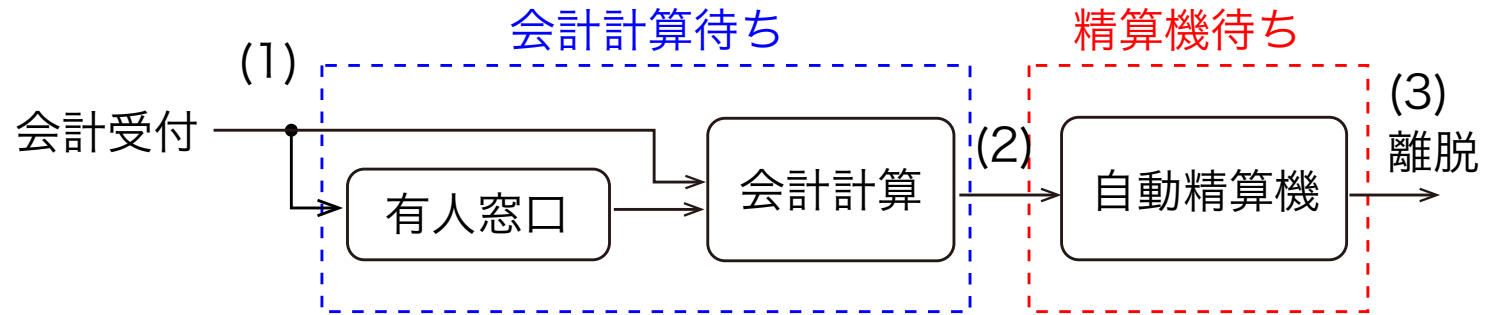
時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



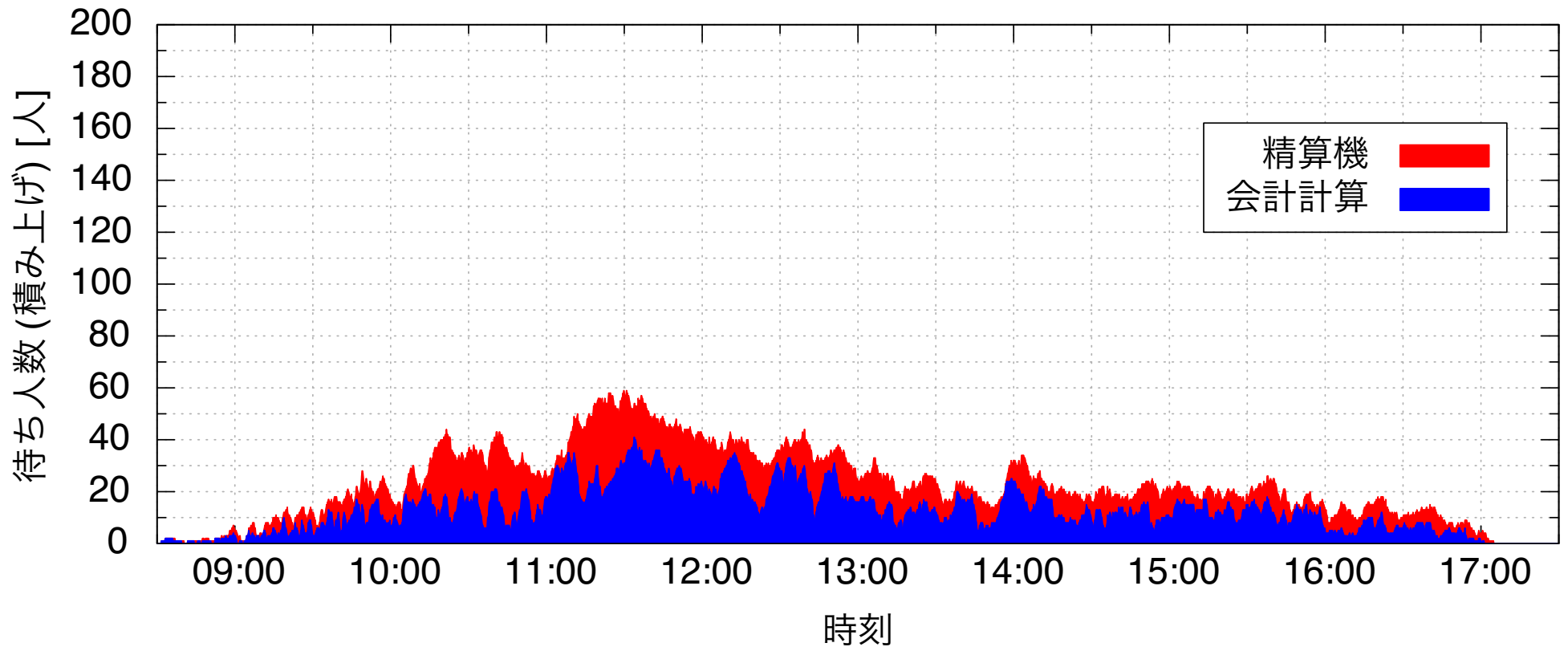
2015年06月10日(水)



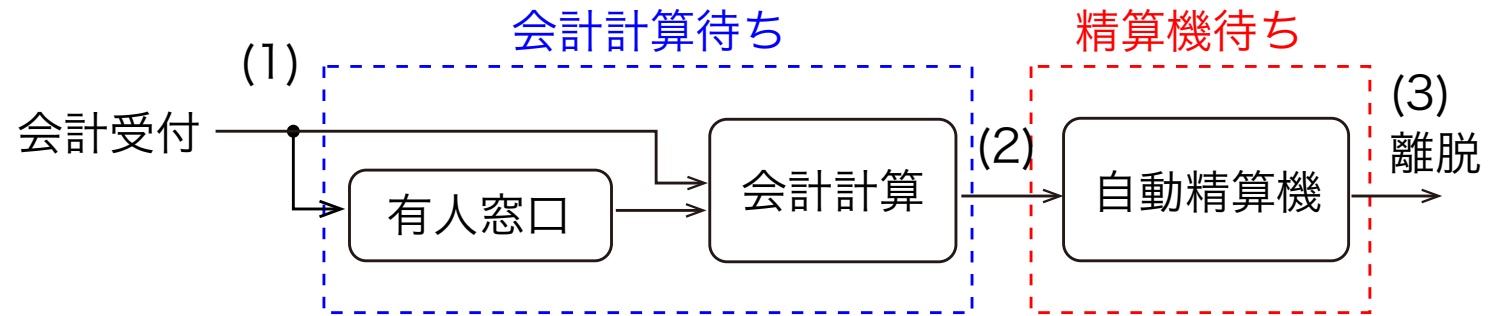
時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



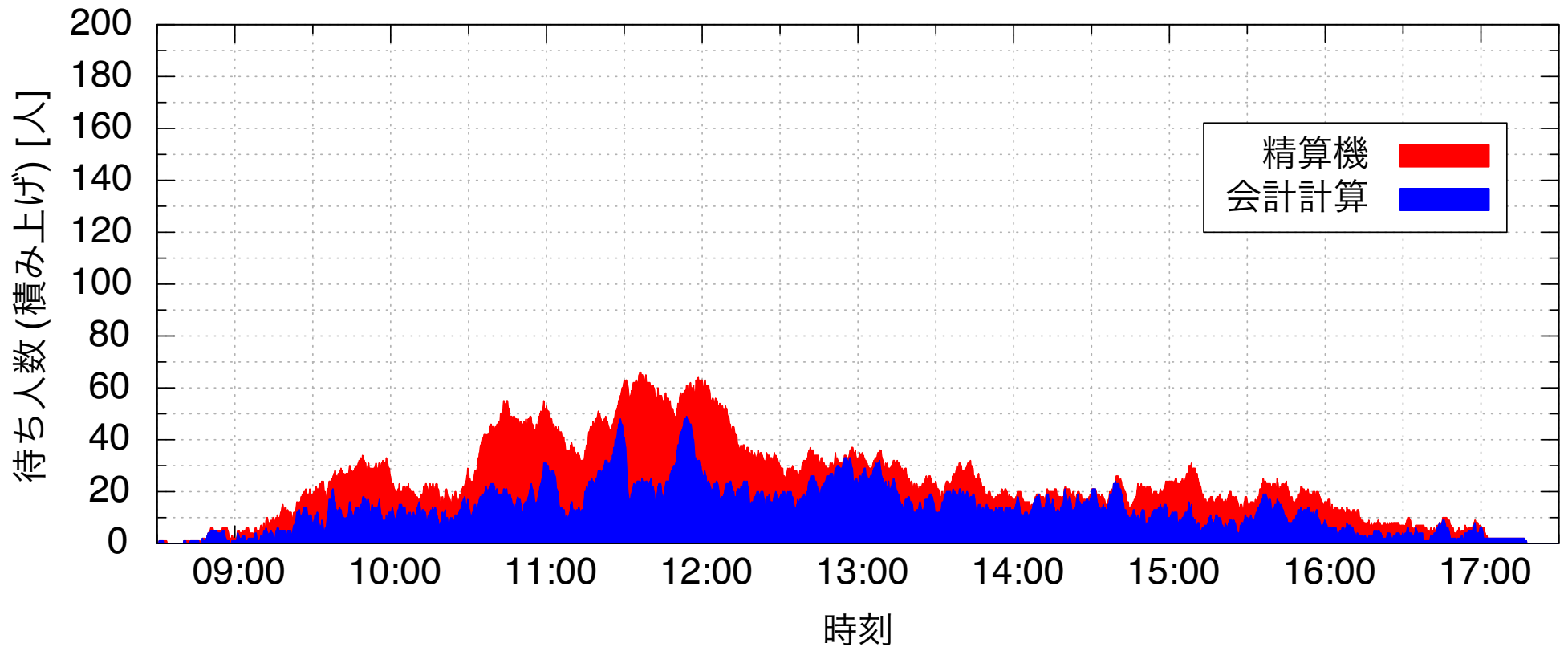
2015年06月11日(木)



時刻ごとの待ち人数 (積み上げ)



2015年06月12日(金)



待ち人数の可視化から分かること

- 各時刻での待ち人数は、日によって大きく異なる
- ただし、曜日ごとには何らかの傾向が伺える (ように思える)
 - ◆ 火曜日は混みやすい (?)
- いずれにせよ、2週間分程度のデータだけから
何かを主張するのは難しい
- 待ち人数の分析には長期間のデータが必要不可欠

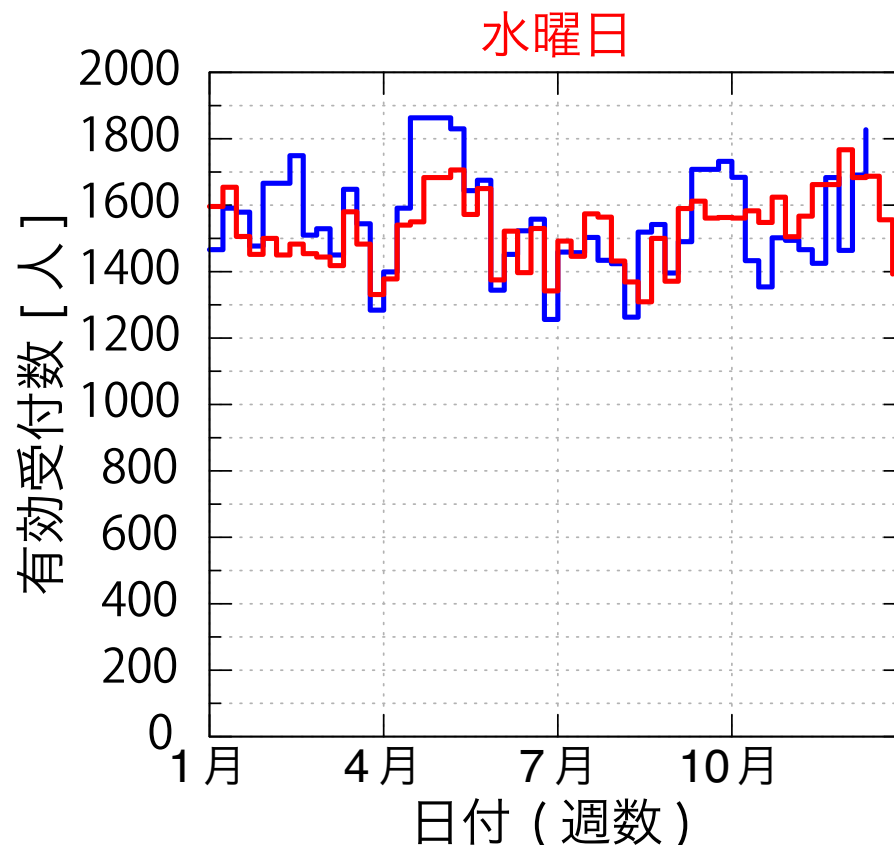
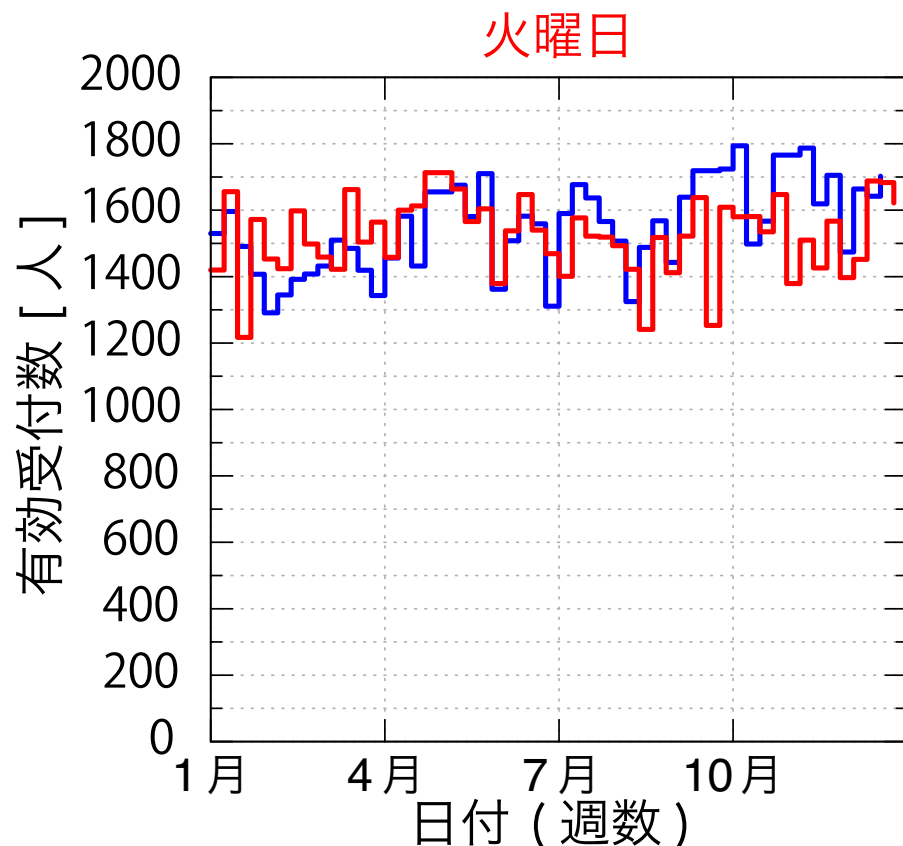
待ち人数の可視化から分かること

- 各時刻での待ち人数は、日によって大きく異なる
- ただし、曜日ごとには何らかの傾向が伺える (ように思える)
 - ◆ 火曜日は混みやすい (?)
- いずれにせよ、2週間分程度のデータだけから
何かを主張するのは難しい
- 待ち人数の分析には長期間のデータが必要不可欠
 - ➡ 2年間に渡る蓄積データが活用できる!

有効受付数 (分析対象の来院患者数)

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
2015年平均	1413	1545	1534	1422	1355
2016年平均	1420	1518	1522	1490	1334

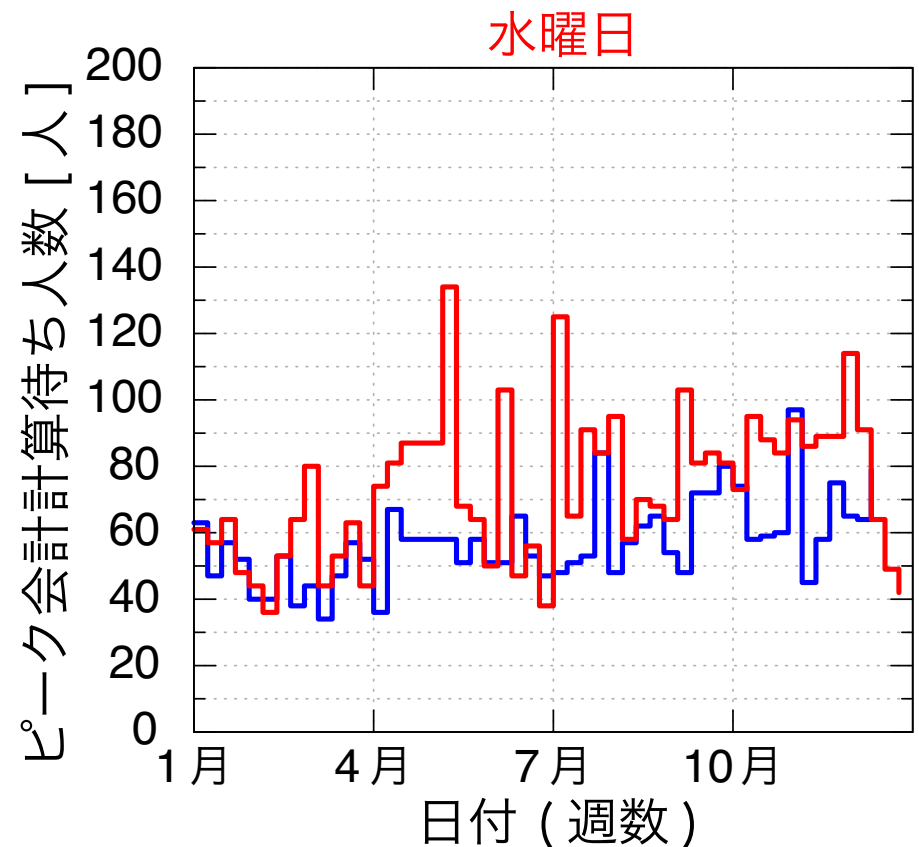
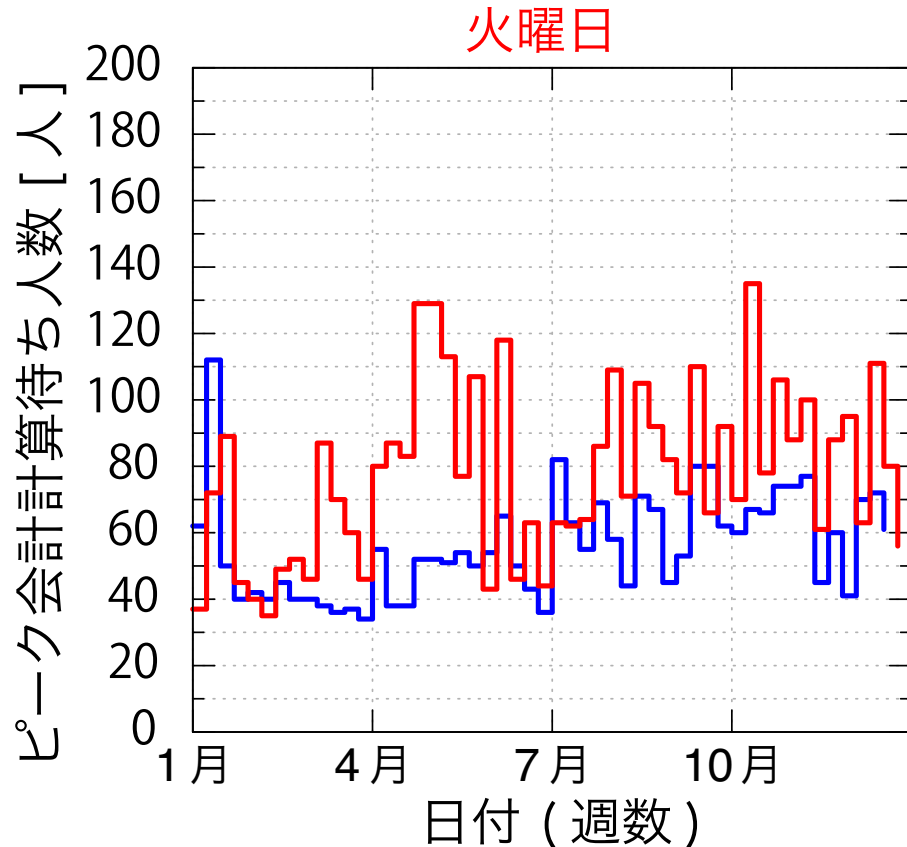
有効受付数 2015年 — 有効受付数 2016年 —



会計計算ピーク待ち人数

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
2015年平均	46	55	57	46	45
2016年平均	62	77	73	63	61

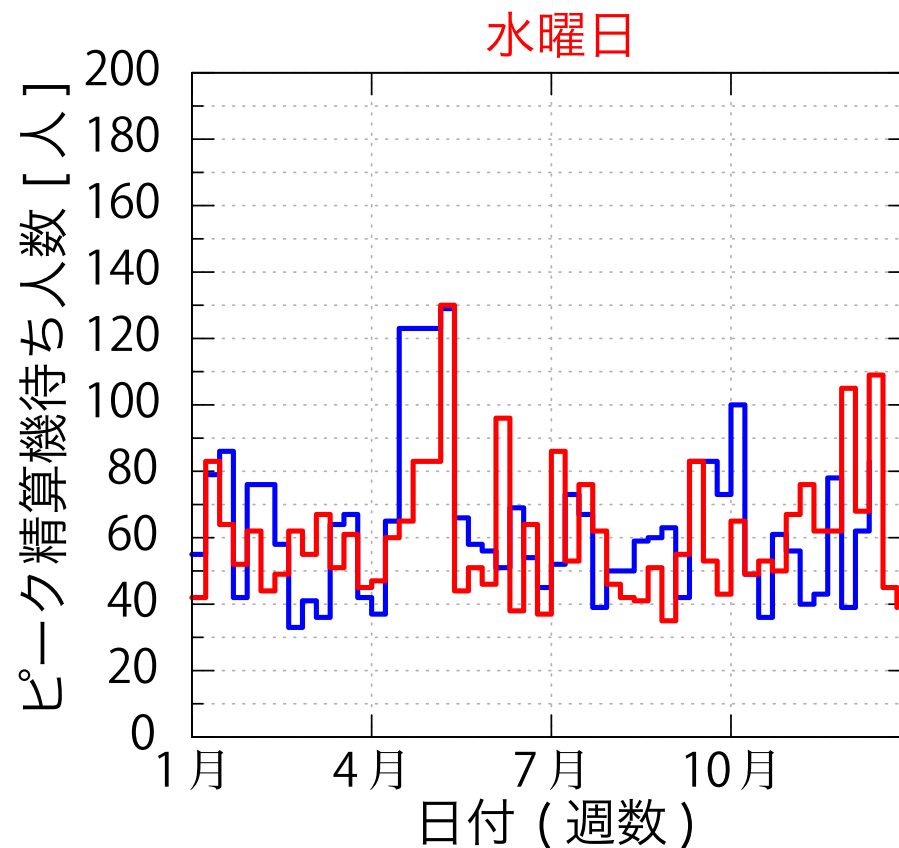
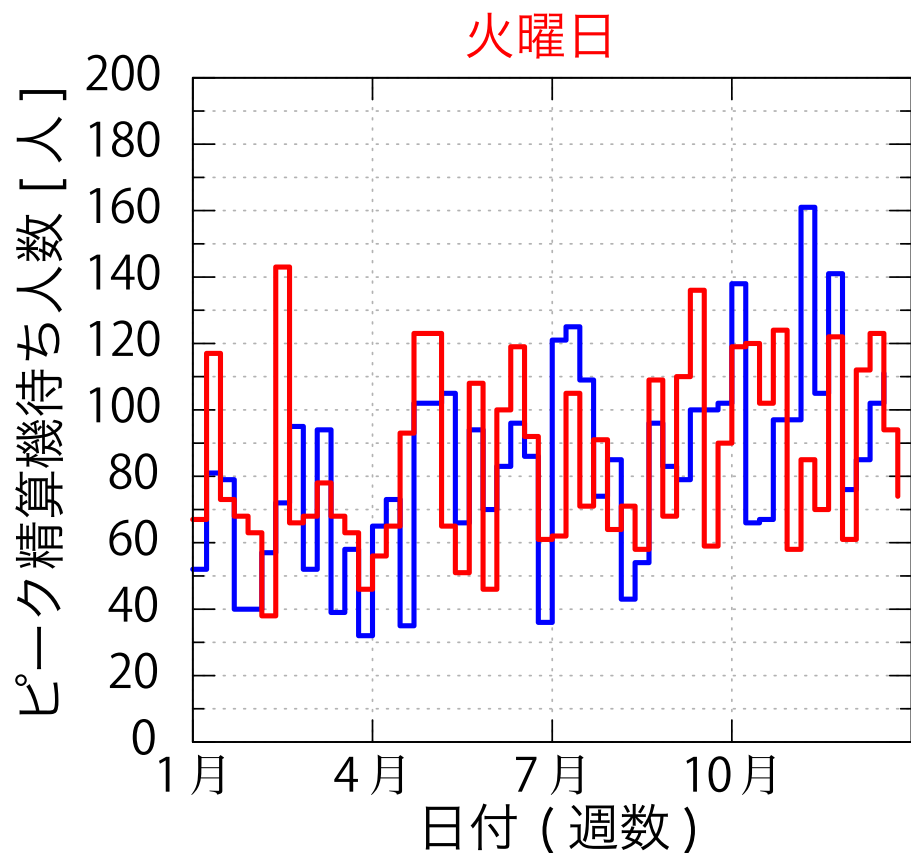
会計計算待ち 2015年 — 会計計算待ち 2016年 —



精算機ピーク待ち人数

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
2015年平均	46	82	61	42	43
2016年平均	51	84	60	47	43

精算機待ち 2015年 — 精算機待ち 2016年 —



ここまでのまとめ (1)

- 有効受付数 (分析対象の来院患者数)

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
2015年平均	1413	1545	1534	1422	1355
2016年平均	1420	1518	1522	1490	1334

- 会計計算待ち

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
2015年平均	46	55	57	46	45
2016年平均	62	77	73	63	61

- 精算機待ち

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
2015年平均	46	82	61	42	43
2016年平均	51	84	60	47	43

火曜日と水曜日では、有効受付数は同程度
精算機での「待ち」が火曜日に大きくなるのはなぜだろうか？

ここまでのまとめ (2)

- また、上記のような分析でわかるのは「傾向」のみ
 - ◆ 火曜日に混みやすい
 - ◆ 主に午前中が混雑のピーク など

このような方向性の分析だけでは「現場の改善」につなげる知見はなかなか出てこない

➡ 待ちが起こる「仕組み」をもっと詳しく考える必要がある

以下では、待ち行列理論の初歩を解説する

- ◆ 最後に、それを踏まえて今回のデータを再訪する

ここまでのまとめ (2)

- また、上記のような分析でわかるのは「傾向」のみ
 - ◆ 火曜日に混みやすい
 - ◆ 主に午前中が混雑のピーク など

このような方向性の分析だけでは「現場の改善」につなげる知見はなかなか出てこない

➡ 待ちが起こる「仕組み」をもっと詳しく考える必要がある

以下では、待ち行列理論の初歩を解説する

- ◆ 最後に、それを踏まえて今回のデータを再訪する

「待ち行列理論」 入門

「待ち行列」の模式化 (1)

● 例 1) コンビニのレジ

- ◆ 順番を待つ方法 — 列を作って並ぶ
- ◆ サービスを提供 — レジ打ちの店員



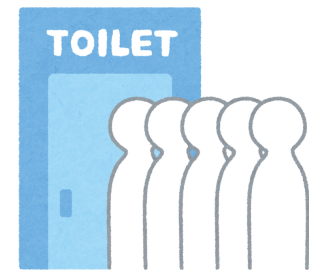
● 例 2) 病院外来の待合室

- ◆ 順番を待つ方法 — 呼ばれるまで待機
- ◆ サービスを提供 — 医療従事者



● 例 3) トイレの前

- ◆ 順番を待つ方法 — 列を作って並ぶ
- ◆ サービスを提供 — トイレ



「待ち行列」の模式化 (2)

- 待ち行列モデル：客，待ち行列，サーバからなる「模型」
 - ◆ それぞれの客の動き
 - 到着し，待ち行列で順番を待つ
 - 自分の番が来たら，サーバからサービスを受ける
 - サービスを受け終わると，離脱する



- 待ち行列モデルにより，幅広い状況を「ひとまとめ」に表現可能
 - ◆ コンビニのレジ，トイレの前，病院外来の待合室

「待ち行列」の模式化 (2)

- 待ち行列モデル：客，待ち行列，サーバからなる「模型」
 - ◆ それぞれの客の動き
 - 到着し，待ち行列で順番を待つ
 - 自分の番が来たら，サーバからサービスを受ける
 - サービスを受け終わると，離脱する



待ち行列

サーバ

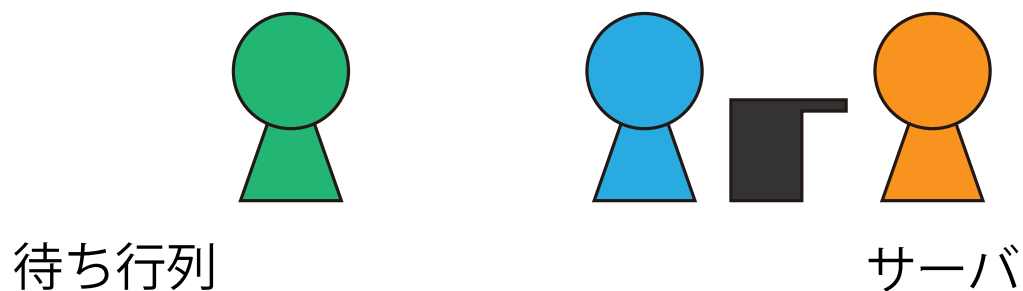
- 待ち行列モデルにより，幅広い状況を「ひとまとめ」に表現可能
 - ◆ コンビニのレジ，トイレの前，病院外来の待合室

「待ち行列」の模式化 (2)

- 待ち行列モデル：客，待ち行列，サーバからなる「模型」

- ◆ それぞれの客の動き

- 到着し，待ち行列で順番を待つ
- 自分の番が来たら，サーバからサービスを受ける
- サービスを受け終わると，離脱する



- 待ち行列モデルにより，幅広い状況を「ひとまとめ」に表現可能

- ◆ コンビニのレジ，トイレの前，病院外来の待合室

「待ち行列」の模式化 (2)

- 待ち行列モデル：客，待ち行列，サーバからなる「模型」
 - ◆ それぞれの客の動き
 - 到着し，待ち行列で順番を待つ
 - 自分の番が来たら，サーバからサービスを受ける
 - サービスを受け終わると，離脱する



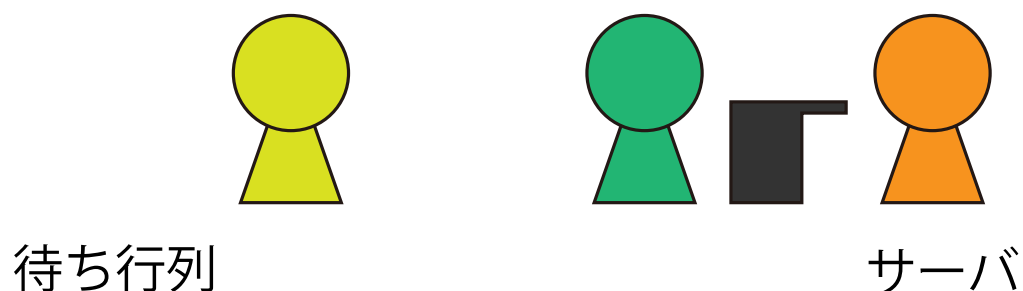
待ち行列

サーバ

- 待ち行列モデルにより，幅広い状況を「ひとまとめ」に表現可能
 - ◆ コンビニのレジ，トイレの前，病院外来の待合室

「待ち行列」の模式化 (2)

- 待ち行列モデル：客，待ち行列，サーバからなる「模型」
 - ◆ それぞれの客の動き
 - 到着し，待ち行列で順番を待つ
 - 自分の番が来たら，サーバからサービスを受ける
 - サービスを受け終わると，離脱する



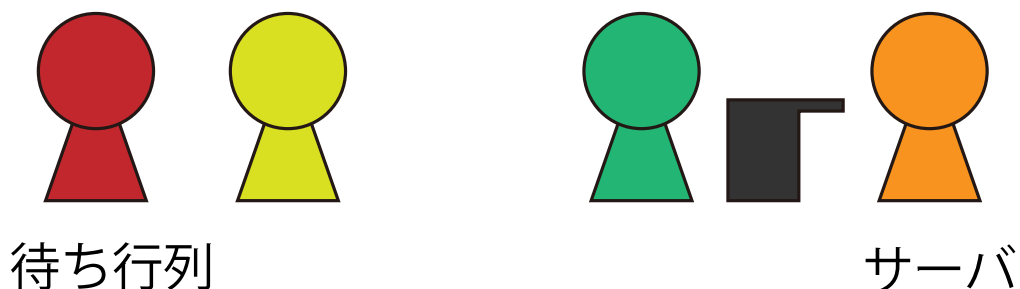
- 待ち行列モデルにより，幅広い状況を「ひとまとめ」に表現可能
 - ◆ コンビニのレジ，トイレの前，病院外来の待合室

「待ち行列」の模式化 (2)

- 待ち行列モデル：客，待ち行列，サーバからなる「模型」

- ◆ それぞれの客の動き

- 到着し，待ち行列で順番を待つ
- 自分の番が来たら，サーバからサービスを受ける
- サービスを受け終わると，離脱する



- 待ち行列モデルにより，幅広い状況を「ひとまとめ」に表現可能

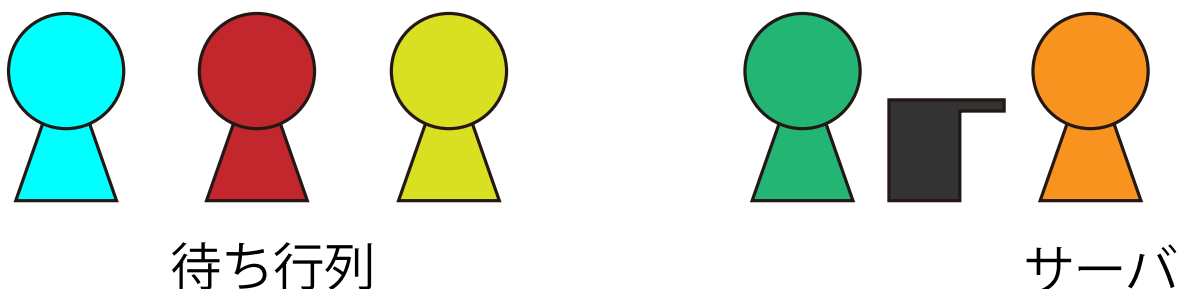
- ◆ コンビニのレジ，トイレの前，病院外来の待合室

「待ち行列」の模式化 (2)

- 待ち行列モデル：客，待ち行列，サーバからなる「模型」

- ◆ それぞれの客の動き

- 到着し，待ち行列で順番を待つ
- 自分の番が来たら，サーバからサービスを受ける
- サービスを受け終わると，離脱する



- 待ち行列モデルにより，幅広い状況を「ひとまとめ」に表現可能

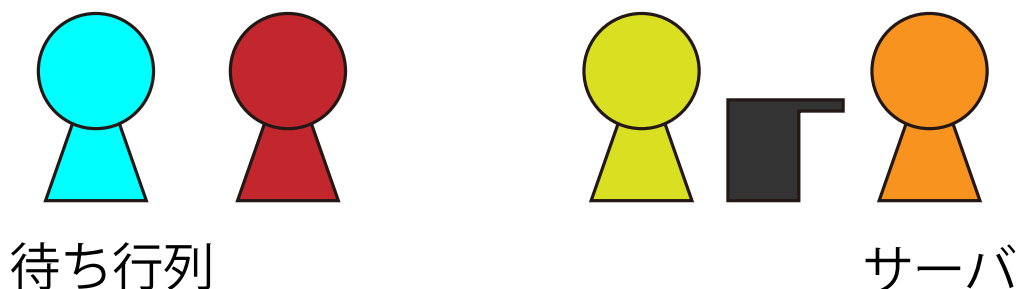
- ◆ コンビニのレジ，トイレの前，病院外来の待合室

「待ち行列」の模式化 (2)

- 待ち行列モデル：客，待ち行列，サーバからなる「模型」

- ◆ それぞれの客の動き

- 到着し，待ち行列で順番を待つ
- 自分の番が来たら，サーバからサービスを受ける
- サービスを受け終わると，離脱する



- 待ち行列モデルにより，幅広い状況を「ひとまとめ」に表現可能

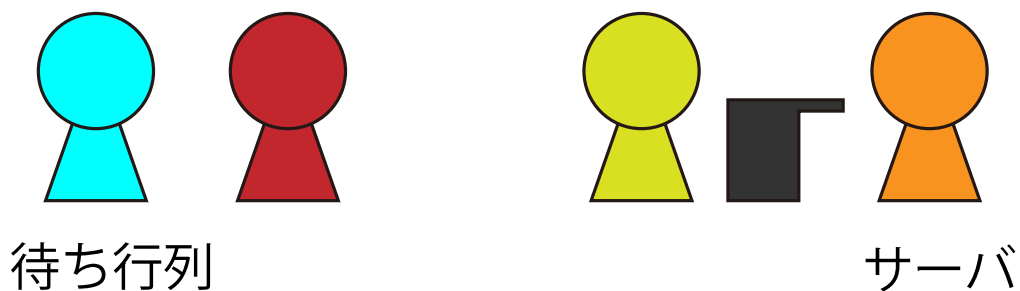
- ◆ コンビニのレジ，トイレの前，病院外来の待合室

「待ち行列」の模式化 (2)

- 待ち行列モデル：客，待ち行列，サーバからなる「模型」

- ◆ それぞれの客の動き

- 到着し，待ち行列で順番を待つ
- 自分の番が来たら，サーバからサービスを受ける
- サービスを受け終わると，離脱する



- 待ち行列モデルにより，幅広い状況を「ひとまとめ」に表現可能

- ◆ コンビニのレジ，トイレの前，病院外来の待合室

待ち行列モデル

- 待ち行列モデルの動きを決める三つの基本要素

1. 客の到着間隔

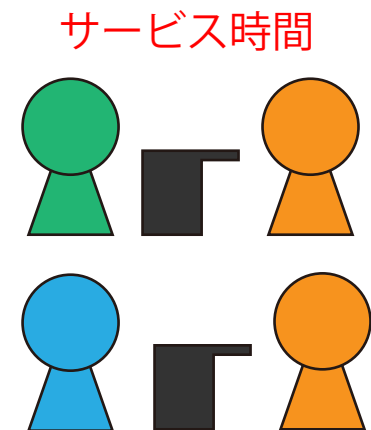
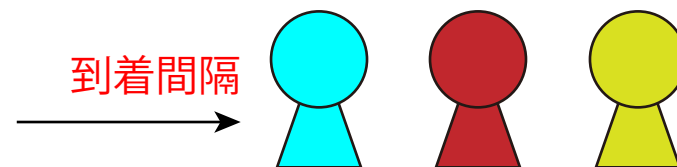
- 到着間隔が短いと、混みやすい

2. サービス時間 (一人の客のサービスに要する時間)

- サービス時間が長いと、混みやすい

3. サーバ数

- サーバ数が少ないと、混みやすい



サーバが一つだけの場合

なぜ「待ち」は発生するのか (単一サーバ)

はじめに, サーバが一つだけの場合を考える

- 「待ち」が発生する原因

なぜ「待ち」は発生するのか (単一サーバ)

はじめに、サーバが一つだけの場合を考える

- 「待ち」が発生する原因

1. **過負荷**: 到着間隔が、サービス時間より短い

- ➡ 時間が経つにつれて、「待ち」は限りなく増えていく

2. ランダムネス: 到着間隔とサービス時間の「ばらつき」

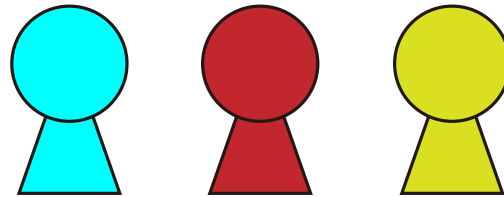
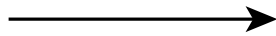
- 到着間隔の平均がサービス時間の平均より長くても、大きな「ばらつき」が、大きな「待ち」を引き起こす

待ち人数の推移

例) 到着間隔 2 分, サービス時間 5 分

待ち人数は 1 分当たり何人増える?

2分に1人到着



1人当たり5分かかる



待ち人数の推移

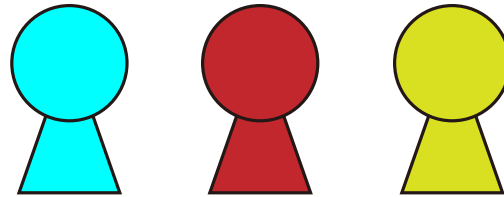
例) 到着間隔 2 分, サービス時間 5 分

待ち人数は 1 分当たり何人増える? ➡ 「逆数」で考える

- 到着率: 時間当たりに到着する客数

$$\text{到着率} = \frac{1}{\text{到着間隔}}$$

2分に1人到着



1人当たり5分かかる



待ち人数の推移

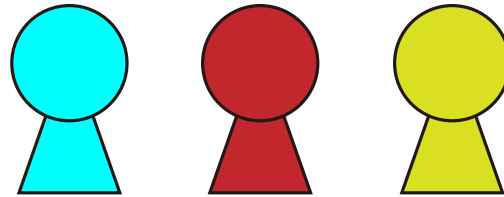
例) 到着間隔 2 分, サービス時間 5 分

待ち人数は 1 分当たり何人増える? ➡ 「逆数」で考える

- 到着率: 時間あたりに到着する客数

$$\text{到着率} = \frac{1}{\text{到着間隔}}$$

1 分当たり
0.5 人到着



1 人当たり 5 分かかる



待ち人数の推移

例) 到着間隔 2 分, サービス時間 5 分

待ち人数は 1 分当たり何人増える? ➡ 「逆数」で考える

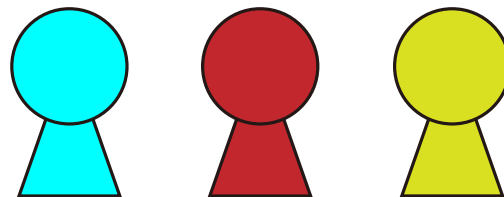
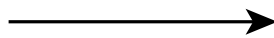
- 到着率: 時間あたりに到着する客数

$$\text{到着率} = \frac{1}{\text{到着間隔}}$$

- サービス能力: 時間あたりにサービス可能な客数

$$\text{サービス能力} = \frac{1}{\text{サービス時間}}$$

1 分当たり
0.5 人到着



1 人当たり 5 分かかる



待ち人数の推移

例) 到着間隔 2 分, サービス時間 5 分

待ち人数は 1 分当たり何人増える? ➡ 「逆数」で考える

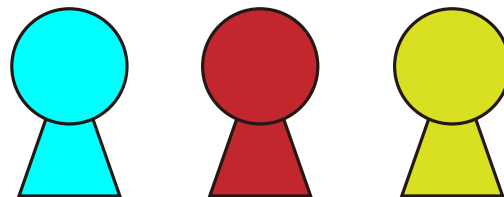
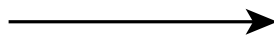
- 到着率: 時間当たりに到着する客数

$$\text{到着率} = \frac{1}{\text{到着間隔}}$$

- サービス能力: 時間当たりにサービス可能な客数

$$\text{サービス能力} = \frac{1}{\text{サービス時間}}$$

1 分当たり
0.5 人到着



1 分当たり 0.2 人サービス可能



待ち人数の推移

例) 到着間隔 2 分, サービス時間 5 分

待ち人数は 1 分当たり何人増える? ➡ 「逆数」で考える

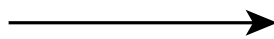
- 到着率: 時間当たりに到着する客数

$$\text{到着率} = \frac{1}{\text{到着間隔}}$$

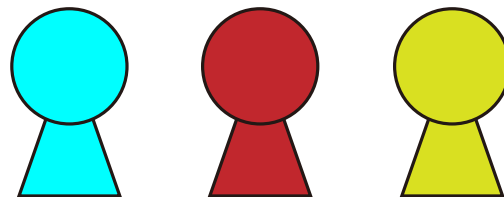
- サービス能力: 時間当たりにサービス可能な客数

$$\text{サービス能力} = \frac{1}{\text{サービス時間}}$$

1 分当たり
0.5 人到着



1 分当たり 0.3 人増える!



1 分当たり 0.2 人サービス可能



待ち人数の推移

例) 到着間隔 2 分, サービス時間 5 分

待ち人数は 1 分当たり何人増える? ➡ 「逆数」で考える

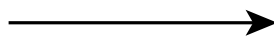
- 到着率: 時間当たりに到着する客数

$$\text{到着率} = \frac{1}{\text{到着間隔}}$$

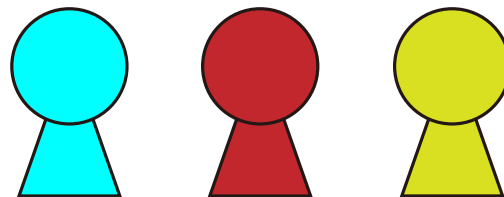
- サービス能力: 時間当たりにサービス可能な客数

$$\text{サービス能力} = \frac{1}{\text{サービス時間}}$$

1 分当たり
0.2 人到着



1 分当たり 0.3 人減る!



1 分当たり 0.5 人サービス可能



なぜ「待ち」は発生するのか (単一サーバ)

はじめに、サーバが一つだけの場合を考える

- 「待ち」が発生する原因

1. **過負荷**: 到着間隔が、サービス時間より短い

- ➡ 時間が経つにつれて、「待ち」は限りなく増えていく

2. ランダムネス: 到着間隔とサービス時間の「ばらつき」

- 到着間隔の平均がサービス時間の平均より長くても、大きな「ばらつき」が、大きな「待ち」を引き起こす

なぜ「待ち」は発生するのか (単一サーバ)

はじめに、サーバが一つだけの場合を考える

- 「待ち」が発生する原因

1. **過負荷**: 到着間隔が、サービス時間より短い

- ➡ 時間が経つにつれて、「待ち」は限りなく増えていく

2. **ランダムネス**: 到着間隔とサービス時間の「ばらつき」

- 到着間隔の平均がサービス時間の平均より長くても、大きな「ばらつき」が、大きな「待ち」を引き起こす

なぜ「待ち」は発生するのか (単一サーバ)

はじめに、サーバが一つだけの場合を考える

- 「待ち」が発生する原因

1. **過負荷**: 到着間隔が、サービス時間より短い

- ➡ 時間が経つにつれて、「待ち」は限りなく増えていく

2. **ランダムネス**: 到着間隔とサービス時間の「ばらつき」

- 到着間隔の平均がサービス時間の平均より長くても、大きな「ばらつき」が、大きな「待ち」を引き起こす

- 世の中にある「待ち」の大半は**過負荷**と**ランダムネス**で説明可能

単一サーバ待ち行列の公式 (1)

- 単一サーバ待ち行列の公式

- ◆ 到着間隔・サービス時間が指数分布に従う (ランダム) と仮定
- ◆ 平均到着間隔 $>$ 平均サービス時間 (非過負荷) を仮定

「無限に長い時間」にわたって待ち行列を観測

単一サーバ待ち行列の公式 (1)

- 単一サーバ待ち行列の公式

- ◆ 到着間隔・サービス時間が指数分布に従う (ランダム) と仮定
- ◆ 平均到着間隔 > 平均サービス時間 (非過負荷) を仮定

「無限に長い時間」にわたって待ち行列を観測

➡ 平均待ち人数 = $\frac{\rho}{1-\rho}$ ※サービス中の客を含む

ただし, ρ は「負荷の大きさ」を表す量であり,

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad \text{と定義される}$$

(ρ はギリシア文字の「ロー」)

単一サーバ待ち行列の公式 — ρ の意味

平均到着率: 時間あたりに到着する平均客数

平均サービス能力: 時間あたりにサービス可能な平均客数

- $\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}}$

※ ρ は「稼働率」とも呼ばれる

単一サーバ待ち行列の公式 — ρ の意味

平均到着率: 時間あたりに到着する平均客数

平均サービス能力: 時間あたりにサービス可能な平均客数

● $\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}}$ ※ ρ は「稼働率」とも呼ばれる

例 1) 1 分あたり平均 10 人サービス可能
1 分あたり平均 8 人到着 ➡ $\rho = 0.8$ (稼働率 80 %)

単一サーバ待ち行列の公式 — ρ の意味

平均到着率: 時間あたりに到着する平均客数

平均サービス能力: 時間あたりにサービス可能な平均客数

● $\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}}$ ※ ρ は「稼働率」とも呼ばれる

例 1) 1 分あたり平均 10 人サービス可能
1 分あたり平均 8 人到着 ➡ $\rho = 0.8$ (稼働率 80 %)

例 2) 1 時間あたり平均 5 人サービス可能
1 時間あたり平均 4 人到着 ➡ $\rho = 0.8$ (稼働率 80 %)

単一サーバ待ち行列の公式 — ρ の意味

平均到着率: 時間あたりに到着する平均客数

平均サービス能力: 時間あたりにサービス可能な平均客数

● $\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}}$ ※ ρ は「稼働率」とも呼ばれる

例 1) 1 分あたり平均 10 人サービス可能
1 分あたり平均 8 人到着 ➡ $\rho = 0.8$ (稼働率 80 %)

例 2) 1 時間あたり平均 5 人サービス可能
1 時間あたり平均 4 人到着 ➡ $\rho = 0.8$ (稼働率 80 %)

例 3) 1 日あたり平均 3 人サービス可能
1 日あたり平均 1.5 人到着 ➡ $\rho = 0.5$ (稼働率 50 %)

単一サーバ待ち行列の公式 — ρ の意味

平均到着率: 時間あたりに到着する平均客数

平均サービス能力: 時間あたりにサービス可能な平均客数

● $\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}}$ ※ ρ は「稼働率」とも呼ばれる

例 1) 1 分あたり平均 10 人サービス可能
1 分あたり平均 8 人到着 ➡ $\rho = 0.8$ (稼働率 80 %)

例 2) 1 時間あたり平均 5 人サービス可能
1 時間あたり平均 4 人到着 ➡ $\rho = 0.8$ (稼働率 80 %)

例 3) 1 日あたり平均 3 人サービス可能
1 日あたり平均 1.5 人到着 ➡ $\rho = 0.5$ (稼働率 50 %)

➡ ρ は時間のスケールに依存しない

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (1)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad ※ \rho \text{ は「稼働率」とも呼ばれる}$$

- 単一サーバ待ち行列の公式 (再掲)

※ 到着間隔・サービス時間が指数分布に従うと仮定

$$\begin{array}{l} \text{「無限に長い観測期間」} \\ \text{における平均待ち人数} \end{array} = \frac{\rho}{1-\rho}$$

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (1)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad ※ \rho \text{ は「稼働率」とも呼ばれる}$$

- 単一サーバ待ち行列の公式 (再掲)

※ 到着間隔・サービス時間が指数分布に従うと仮定

$$\begin{array}{l} \text{「無限に長い観測期間」} \\ \text{における平均待ち人数} \end{array} = \frac{\rho}{1-\rho}$$

例 1) $\rho = 0.80$ (稼働率 80 %) ➡ 平均待ち人数は 4 人

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (1)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad ※ \rho \text{ は「稼働率」とも呼ばれる}$$

- 単一サーバ待ち行列の公式 (再掲)

※ 到着間隔・サービス時間が指数分布に従うと仮定

$$\text{「無限に長い観測期間」における平均待ち人数} = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

例 1) $\rho = 0.80$ (稼働率 80 %) ➡ 平均待ち人数は 4 人

例 2) $\rho = 0.90$ (稼働率 90 %) ➡ 平均待ち人数は 9 人

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (1)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad \text{※ } \rho \text{ は「稼働率」とも呼ばれる}$$

- 単一サーバ待ち行列の公式 (再掲)

※ 到着間隔・サービス時間が指数分布に従うと仮定

$$\text{「無限に長い観測期間」における平均待ち人数} = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

例 1) $\rho = 0.80$ (稼働率 80 %) ➡ 平均待ち人数は 4 人

例 2) $\rho = 0.90$ (稼働率 90 %) ➡ 平均待ち人数は 9 人

例 3) $\rho = 0.95$ (稼働率 95 %) ➡ 平均待ち人数は 19 人

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (1)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad ※ \rho \text{ は「稼働率」とも呼ばれる}$$

- 単一サーバ待ち行列の公式 (再掲)

※ 到着間隔・サービス時間が指数分布に従うと仮定

$$\text{「無限に長い観測期間」における平均待ち人数} = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

例 1) $\rho = 0.80$ (稼働率 80 %) ➡ 平均待ち人数は 4 人

例 2) $\rho = 0.90$ (稼働率 90 %) ➡ 平均待ち人数は 9 人

例 3) $\rho = 0.95$ (稼働率 95 %) ➡ 平均待ち人数は 19 人

例 4) $\rho = 0.98$ (稼働率 98 %) ➡ 平均待ち人数は 49 人

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (1)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad ※ \rho \text{ は「稼働率」とも呼ばれる}$$

- 単一サーバ待ち行列の公式 (再掲)

※ 到着間隔・サービス時間が指数分布に従うと仮定

$$\text{「無限に長い観測期間」における平均待ち人数} = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

例 1) $\rho = 0.80$ (稼働率 80 %) ➡ 平均待ち人数は 4 人

例 2) $\rho = 0.90$ (稼働率 90 %) ➡ 平均待ち人数は 9 人

例 3) $\rho = 0.95$ (稼働率 95 %) ➡ 平均待ち人数は 19 人

例 4) $\rho = 0.98$ (稼働率 98 %) ➡ 平均待ち人数は 49 人

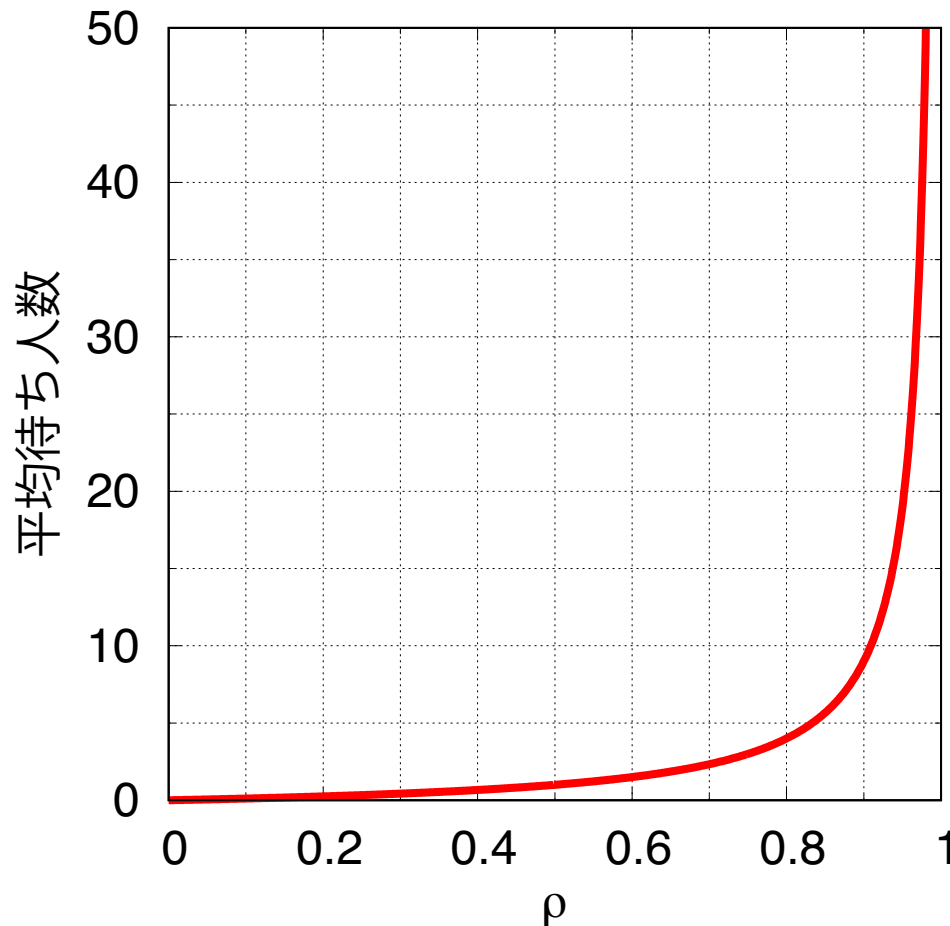
$\rho = 1$ (稼働率 100 %) に近づくにつれて「待ち」は爆発的に増大する

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (1)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}}$$

※ ρ は「稼働率」とも呼ばれる

- 単一サーバ待ち行列の公式 ... 平均待ち人数 = $\frac{\rho}{1-\rho}$



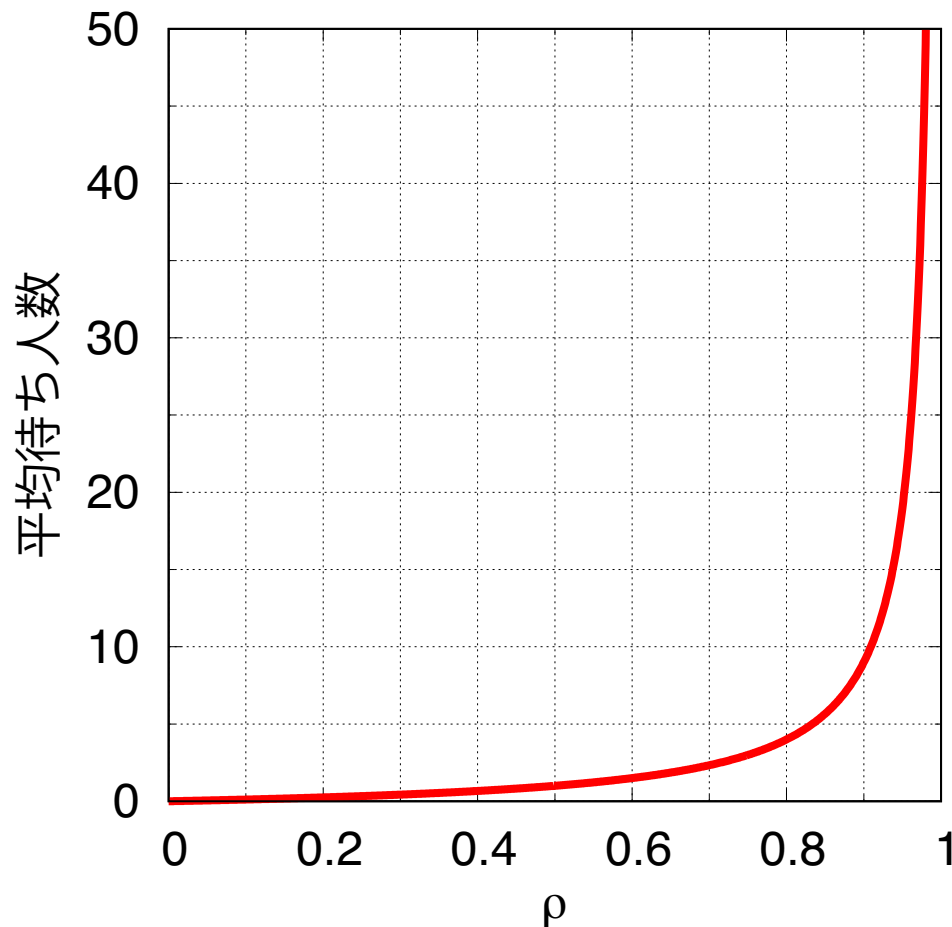
- ◆ $\rho = 1$ に近づくにつれて、「待ち」は爆発的に増大

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (1)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}}$$

※ ρ は「稼働率」とも呼ばれる

- 単一サーバ待ち行列の公式 ... 平均待ち人数 = $\frac{\rho}{1-\rho}$



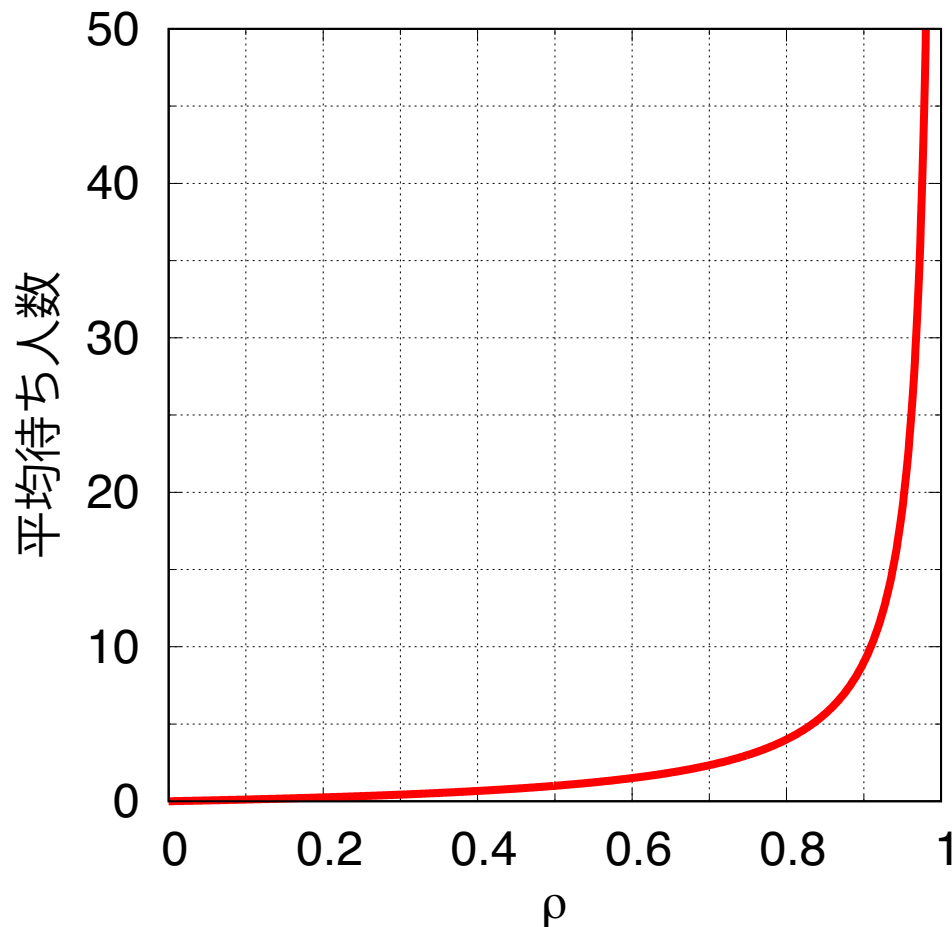
- ◆ $\rho = 1$ に近づくにつれて、「待ち」は爆発的に増大
- ◆ 大きな「待ち」を起こさないためには、「ゆとり」が必要

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (1)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}}$$

※ ρ は「稼働率」とも呼ばれる

- 単一サーバ待ち行列の公式 ... 平均待ち人数 = $\frac{\rho}{1-\rho}$



- ◆ $\rho = 1$ に近づくにつれて、「待ち」は爆発的に増大
- ◆ 大きな「待ち」を起こさないためには、「ゆとり」が必要
- ◆ 「待ち」が非常に大きな状況
 - ➡ ρ をほんの少し減らすだけで大幅な改善が望める

サーバを増やす効果

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (2)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad ※ \rho \text{ は「稼働率」とも呼ばれる}$$

- サーバをひとつ増やす効果

(例) サーバ数を 1 から 2 に増やしてみる

- サーバ数は 2 倍
- 「待ち」は半分になる？

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (2)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad ※ \rho \text{ は「稼働率」とも呼ばれる}$$

- サーバをひとつ増やす効果

(例) サーバ数を 1 から 2 に増やしてみる

- サーバ数は 2 倍
- 「待ち」は半分になる？

➡ 実際には、もっと劇的に「待ち」は小さくなる！

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (2)

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}} \quad ※ \rho \text{ は「稼働率」とも呼ばれる}$$

- サーバをひとつ増やす効果

(例) サーバ数を 1 から 2 に増やしてみる

- サーバ数は 2 倍
- 「待ち」は半分になる？

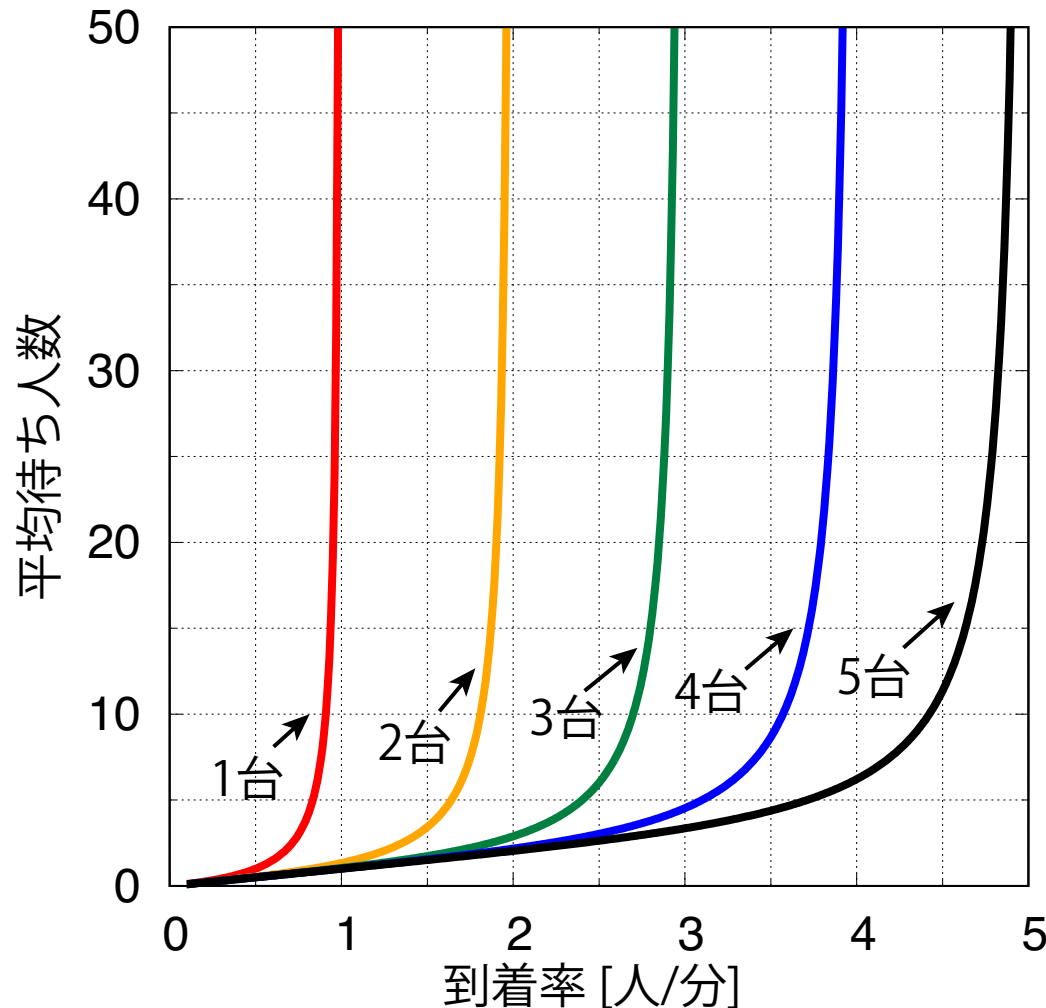
➡ 実際には、もっと劇的に「待ち」は小さくなる！

- 平均サービス能力: 時間あたりにサービス可能な平均客数

- ◆ サーバ数が 2 倍 ➡ 平均サービス能力も 2 倍
- ➡ ρ を大幅に減らすことができる

意外と知られていない「待ち」の基本性質 (2)

● サーバ数と平均待ち人数の関係



- ◆ 到着率がサービス能力に近いと「待ち」は急激に増大
 - ➡ サーバを 1 台増やすと「待ち」は大きく減少
- ◆ 到着率がサービス能力より十分小さいとき
 - ➡ サーバを増やしても効果は限定的

データ分析再訪

データの前処理 (再掲)

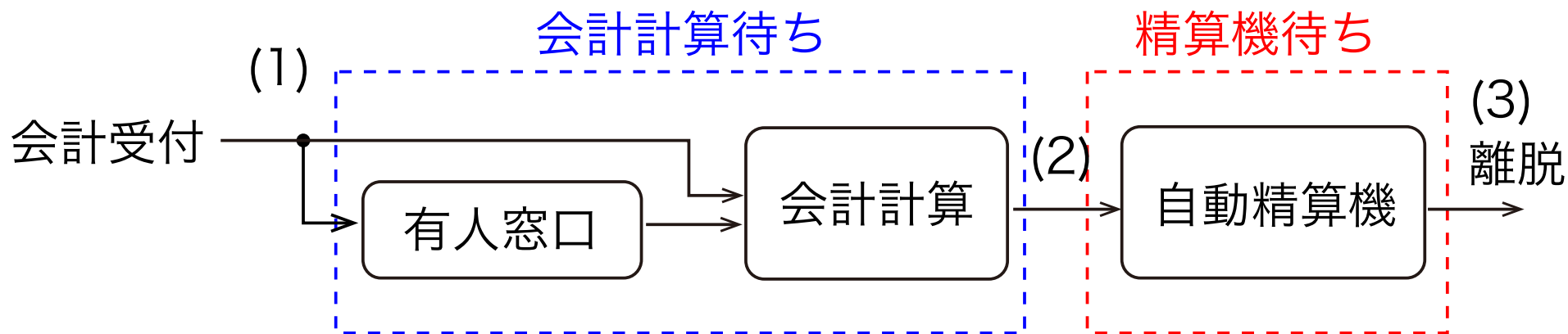
- 各患者のレコードから、3種類の時刻を取得

(1) 会計受付時刻, (2) 会計計算完了時刻, (3) 支払い完了時刻

これらを集計することで、各時刻における待ち人数が計算可能

- ◆ 会計計算待ち人数: (1) を終えて、(2) が未完了の総人数
- ◆ 精算機待ち人数: (2) を終えて、(3) が未完了の総人数

➡ 各日付について、待ち人数のピーク値をそれぞれ求めた



平均ピーク待ち人数 (再掲)

- 有効受付数 (分析対象の来院患者数)

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
2015年平均	1413	1545	1534	1422	1355
2016年平均	1420	1518	1522	1490	1334

- 会計計算待ち

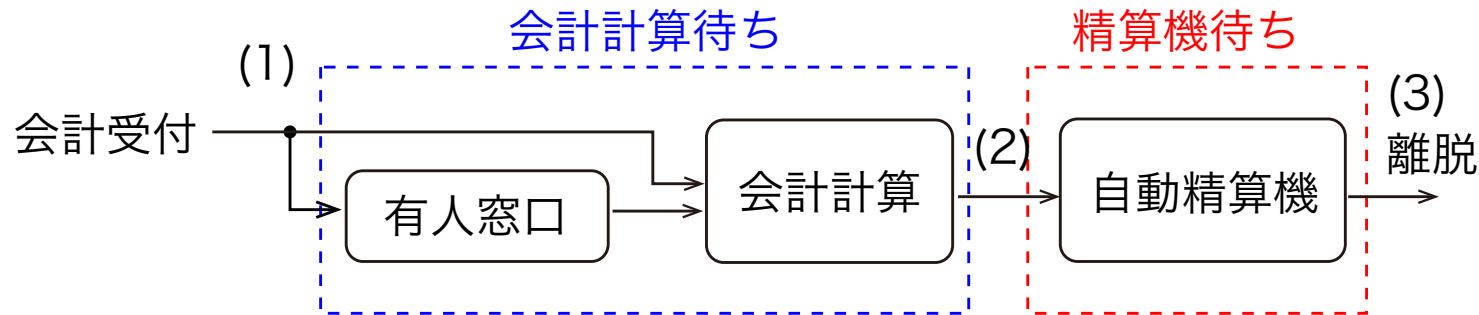
	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
2015年平均	46	55	57	46	45
2016年平均	62	77	73	63	61

- 精算機待ち

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
2015年平均	46	82	61	42	43
2016年平均	51	84	60	47	43

火曜日と水曜日では、有効受付数は同程度
精算機での「待ち」が火曜日に大きくなるのはなぜだろうか？

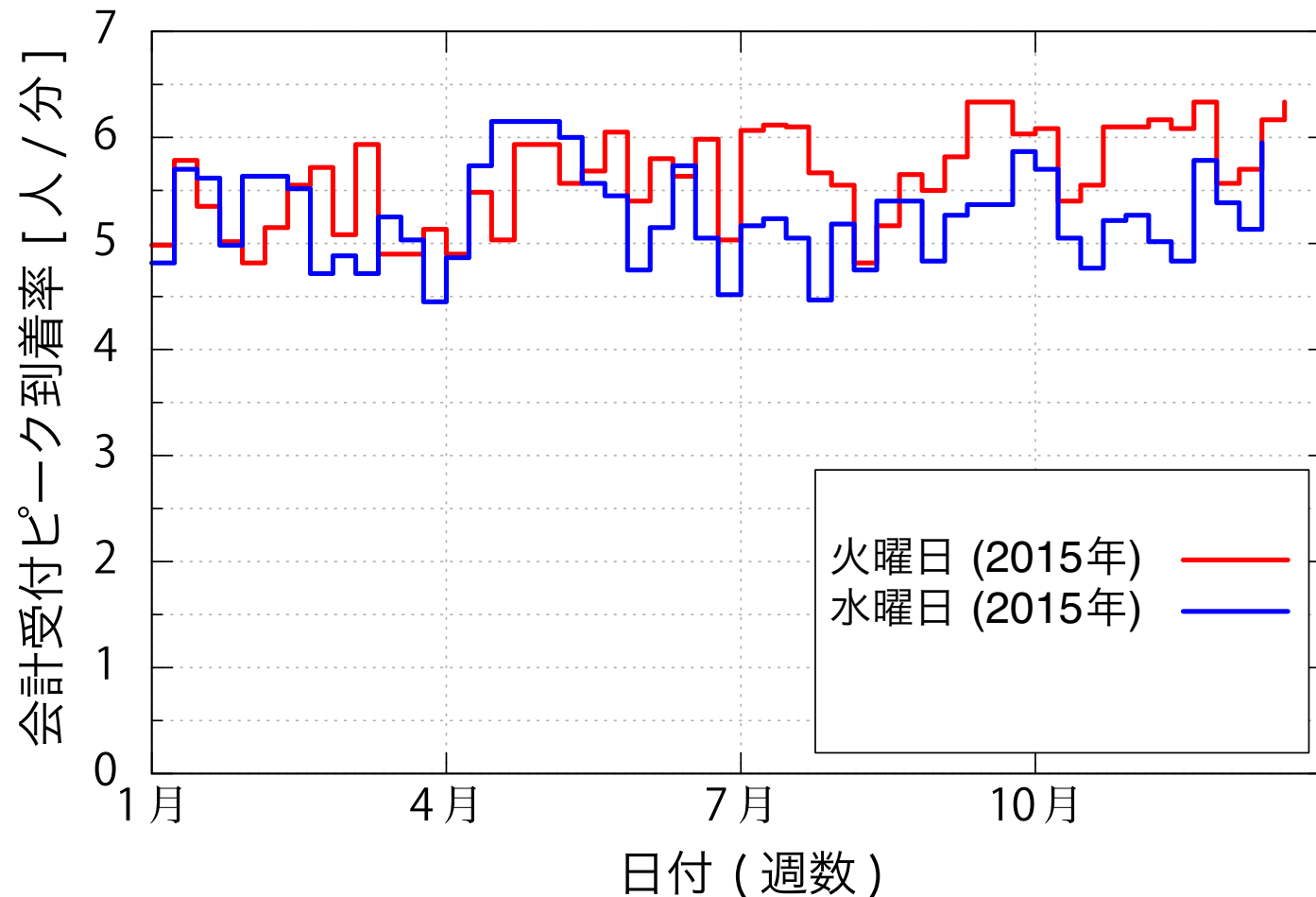
到着率とサービス能力



待ち行列理論からの示唆 …… 待ち人数を決めるのは

- 到着率: 時間あたりに到着する患者数
 - ➡ データから計算可能
 - サービス能力: 時間あたりにサービス可能な患者数
 - ➡ 過負荷の場合, 離脱率と一致しデータから推定可能
- 今回は, 30分ごとの (移動) 平均を取り, そのピーク値に注目

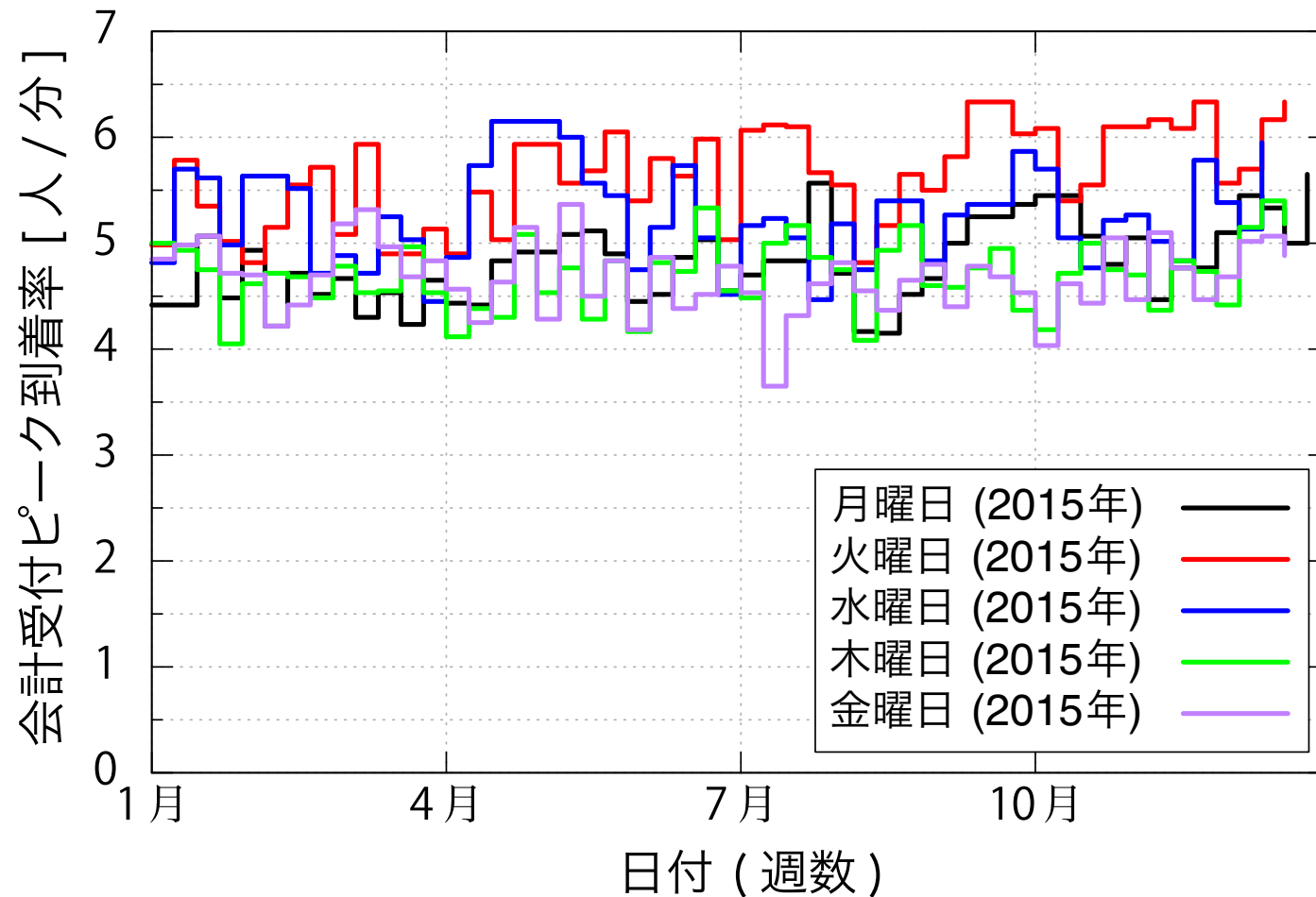
会計受付へのピーク到着率



- ほとんどの日付において、火曜日が水曜日を上回る (図は2015年のデータ、2016年も同様の傾向)

➡ 火曜日の方が、会計受付時刻の偏りが大きい

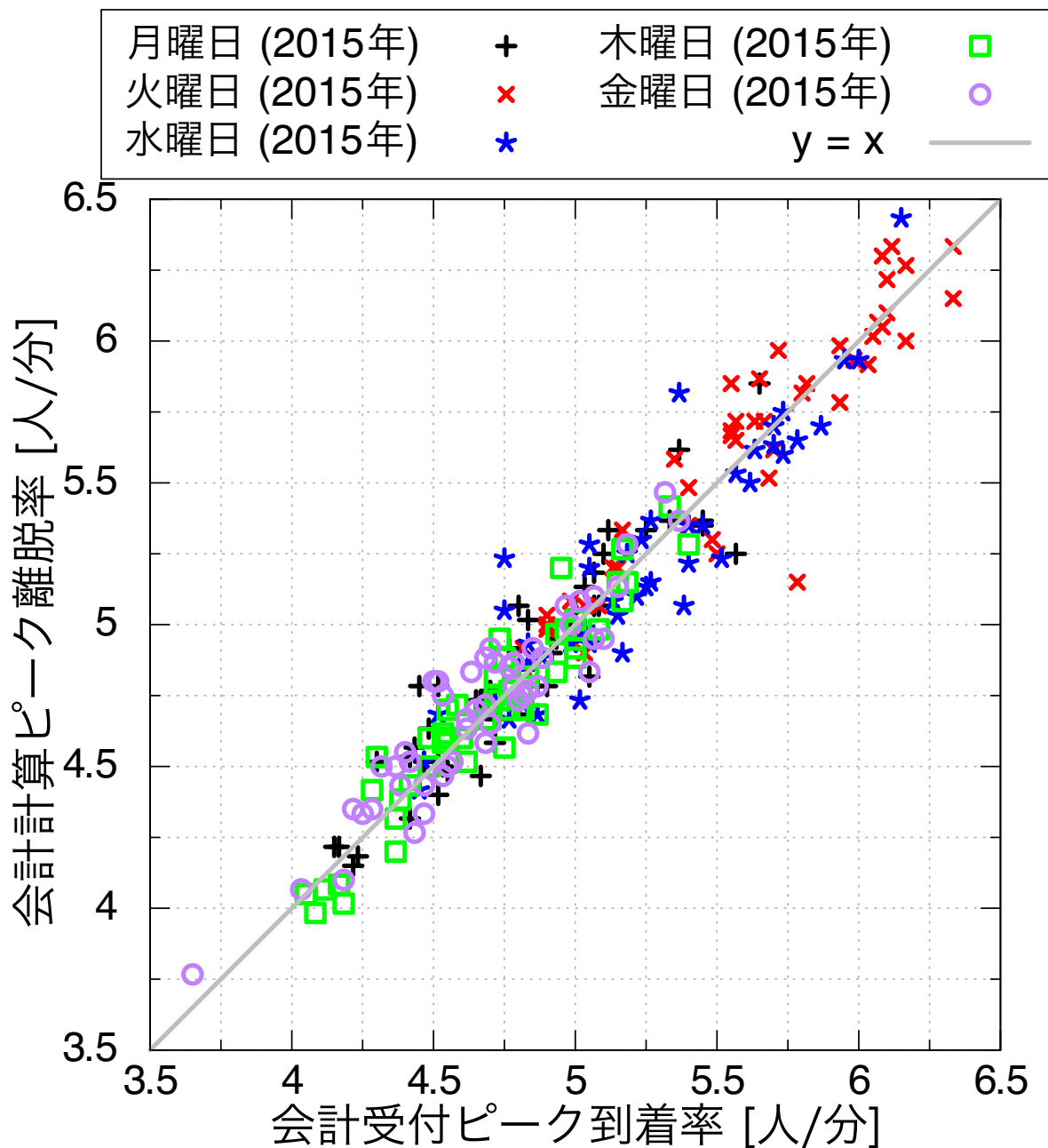
会計受付へのピーク到着率



- ほとんどの日付において、火曜日が水曜日を上回る (図は2015年のデータ、2016年も同様の傾向)

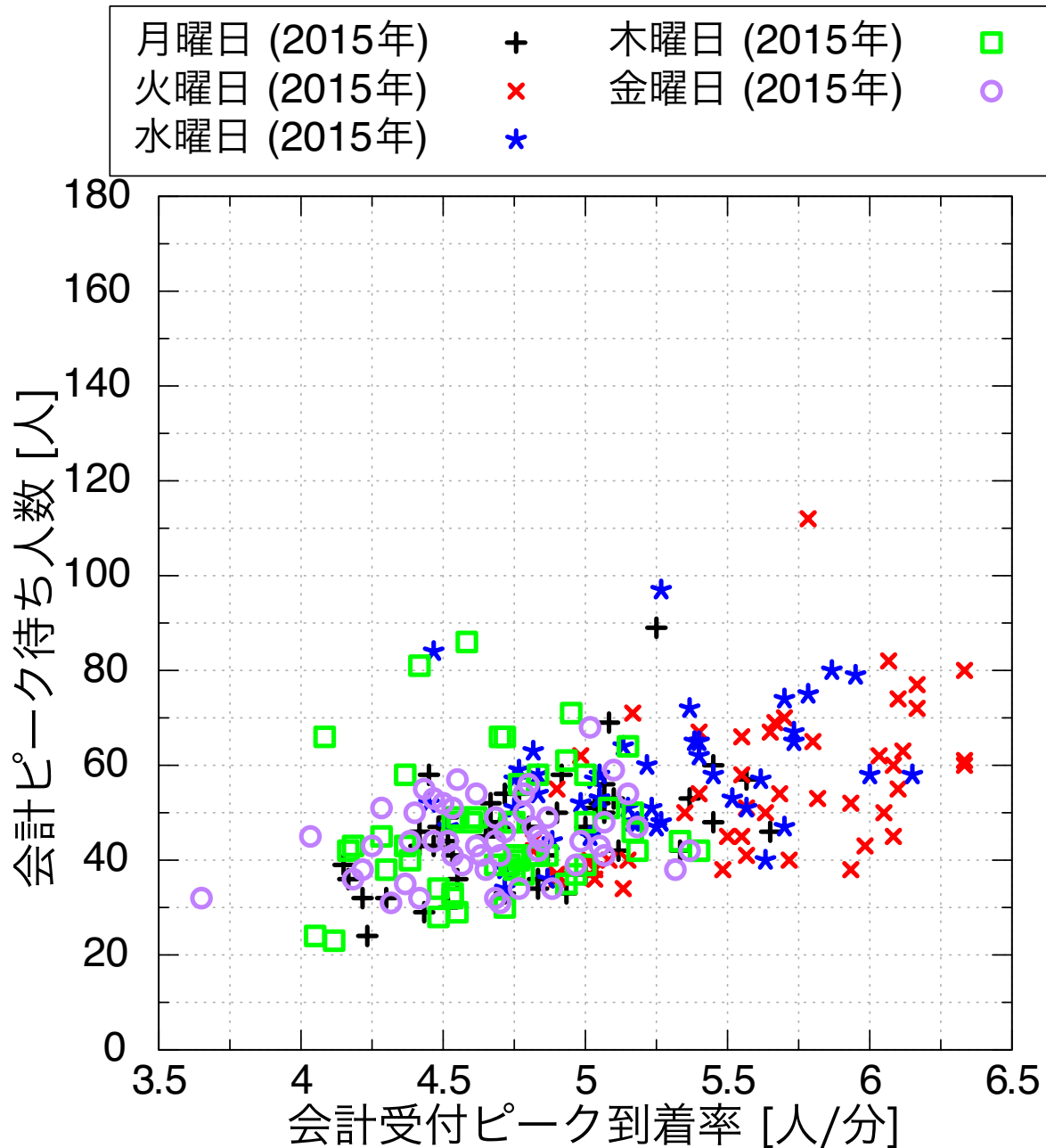
➡ 火曜日の方が、会計受付時刻の偏りが大きい

会計計算ピーク到着率と離脱率



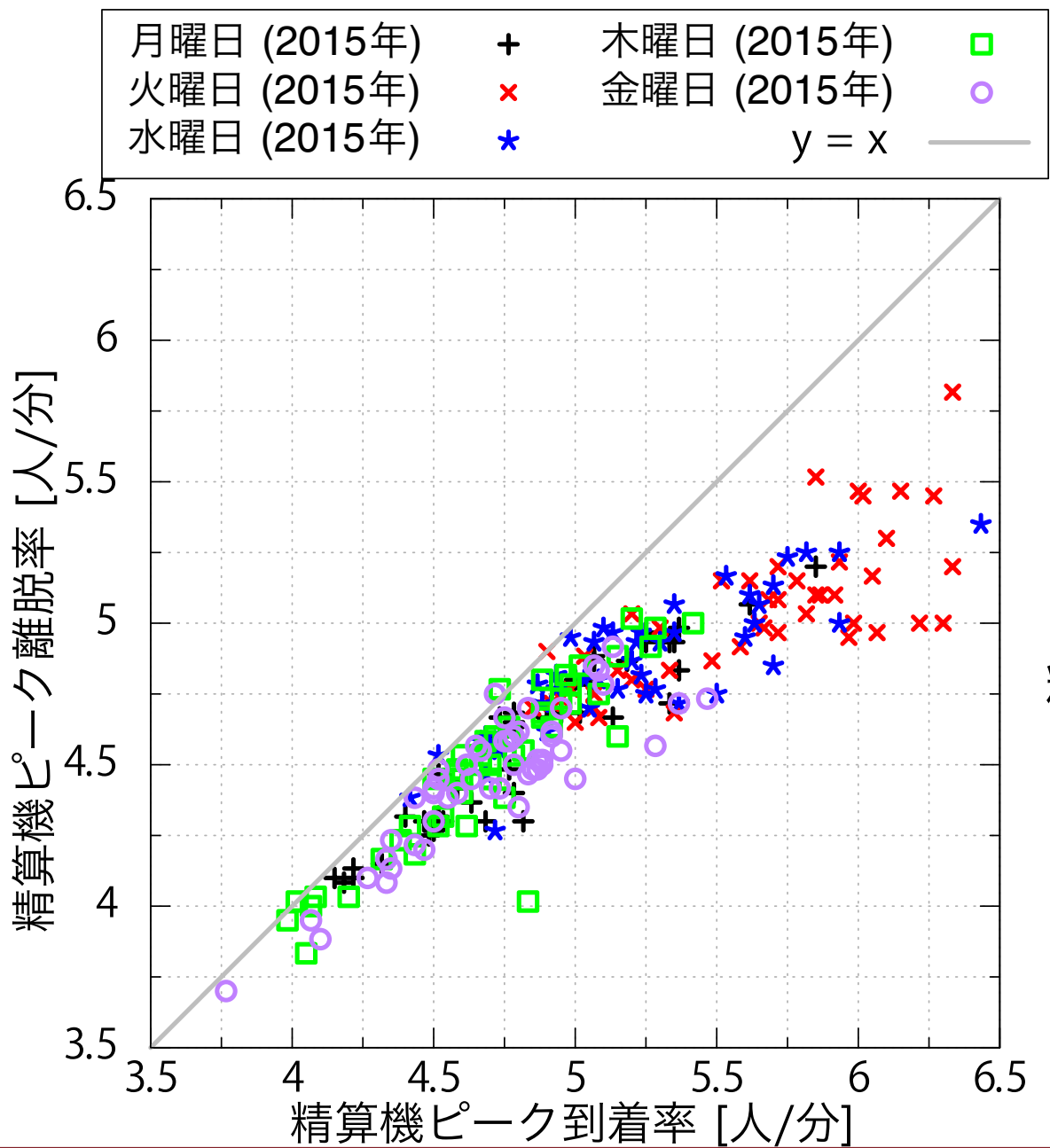
- おおむね直線的に増加
- 過負荷状態ではない

会計計算ピーク到着率と待ち人数



- おおむね右肩上がり
- 傾きは緩やか

精算機ピーク到着率と離脱率

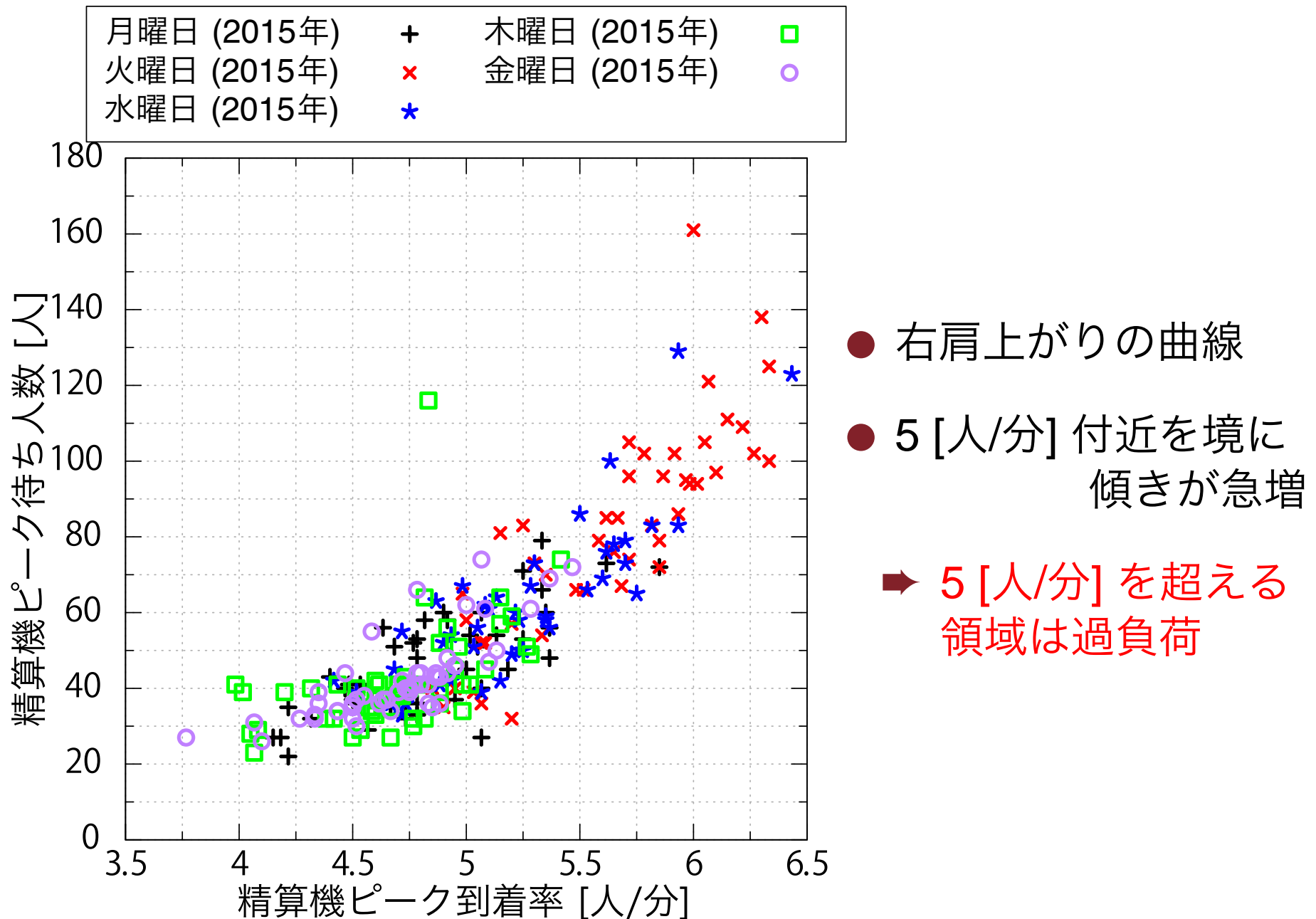


- おおむね直線的に増加
- 5 [人/分] 付近で飽和

精算機は 5 台

➡ 精算の平均所要時間はおよそ 1 分

精算機ピーク到着率と待ち人数



理論を元にした分析からわかること (1)

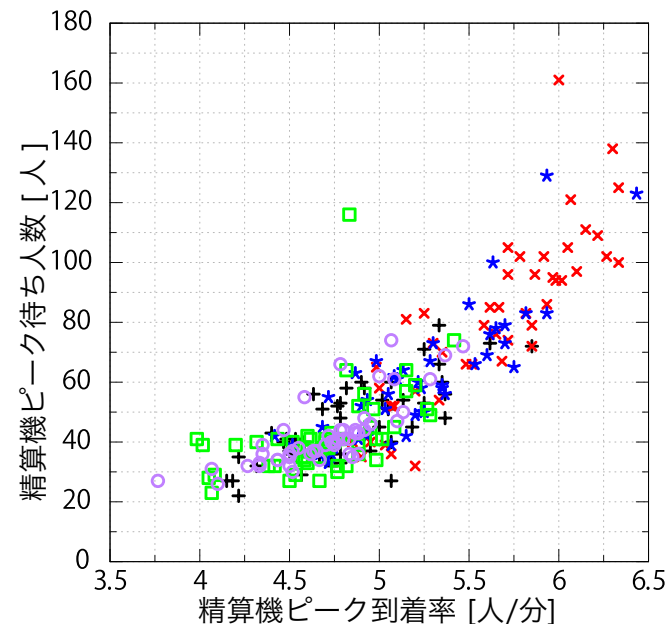
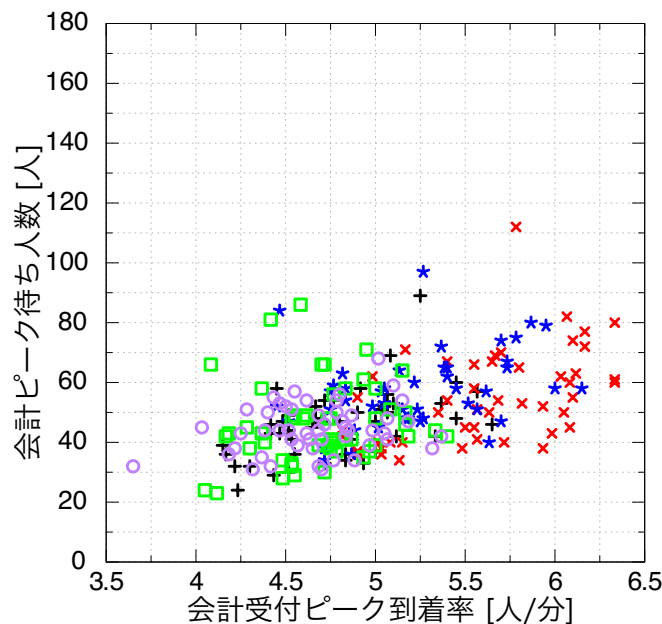
ピーク到着率は、ピーク待ち人数をよく説明する

- サービス能力 > ピーク到着率のとき

ピーク到着率が増加 ➡ ピーク待ち人数は緩やかに増加

- サービス能力 < ピーク到着率のとき (過負荷)

ピーク到着率が増加 ➡ ピーク待ち人数は急激に増加



理論を元にした分析からわかること (2)

「待ち」への基本的な対処法

- 過負荷の場合

- (a) ピーク到着率を減らす (入場制限 & ピーク緩和)
- (b) サービス能力を上げる (サーバを増やす)

- 非過負荷の場合

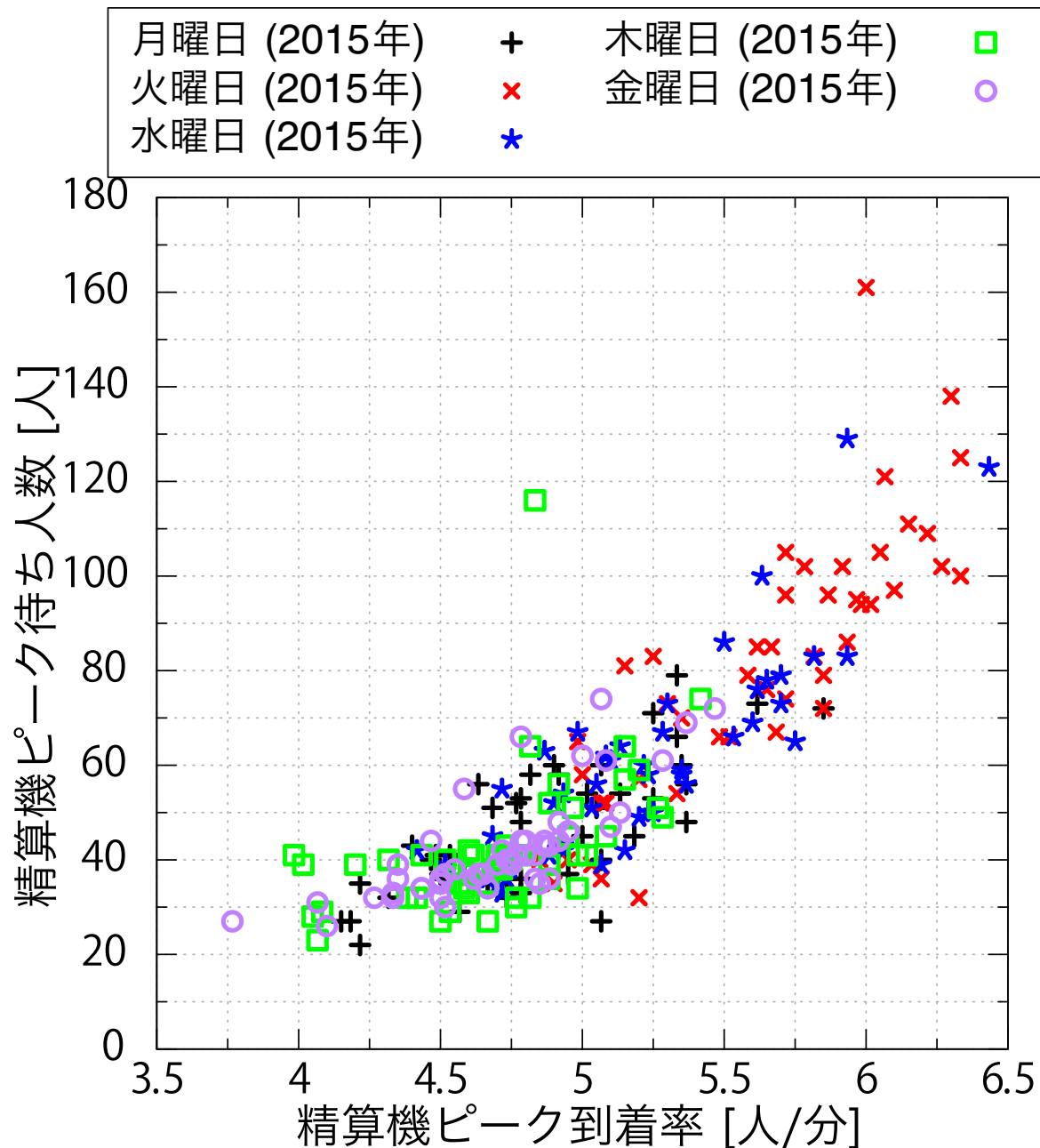
- (a) ピーク到着率を減らす
- (b) サービス能力を上げる

加えて,

- (c) サービス時間のばらつきを減らす ことも効果的

特に, (a) と (b) の効果は, 今回のデータでもある程度予想可能

精算機ピーク到着率と待ち人数 (再掲)



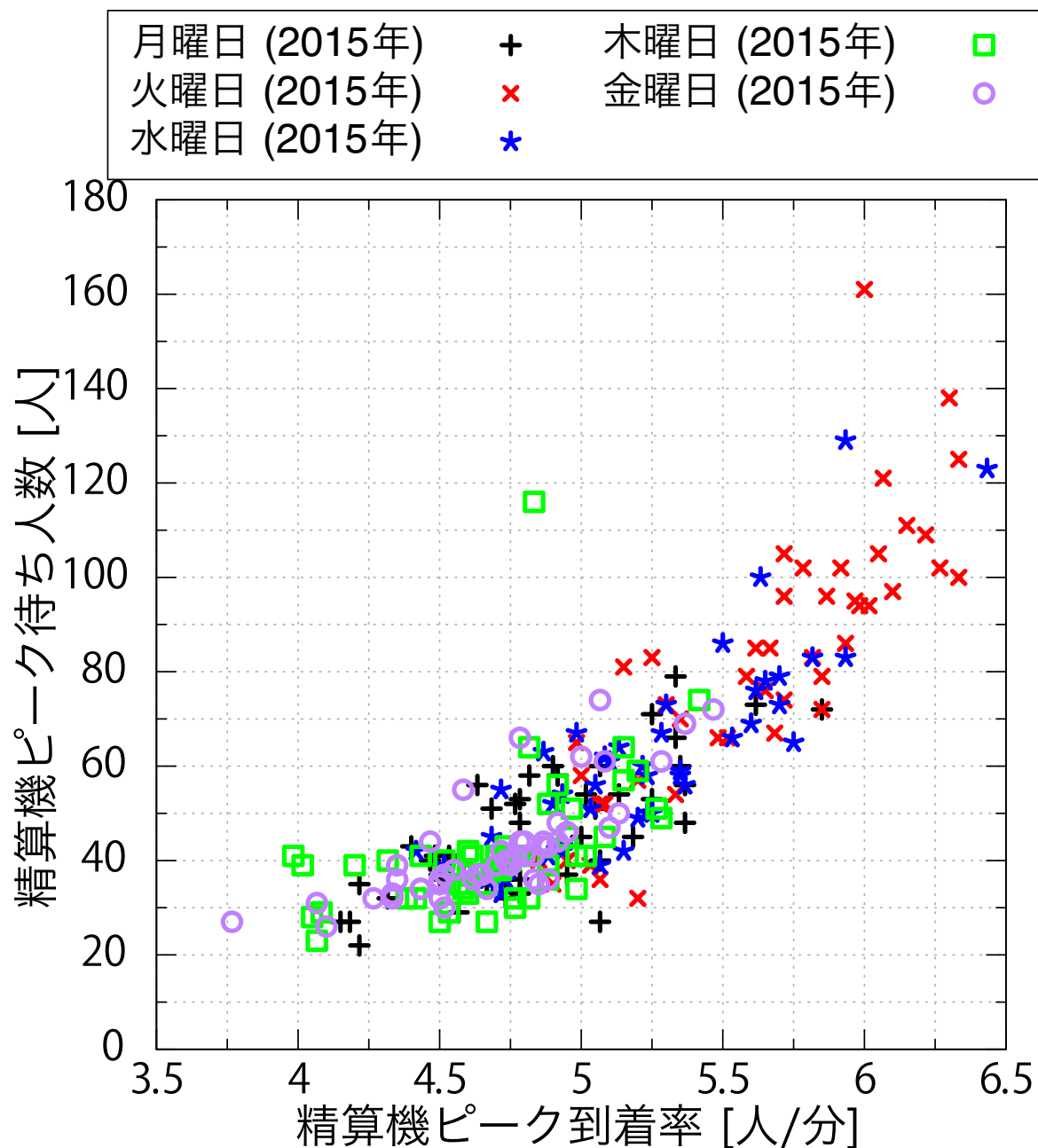
● 5 [人/分] 付近を境に
傾きが急増

➡ 5 [人/分] を超える
領域は過負荷

● 精算機は 5 台

◆ 1 台当たりの能力
は約 1 [人/分]

精算機ピーク到着率と待ち人数 (再掲)



● 5 [人/分] 付近を境に
傾きが急増

➡ 5 [人/分] を超える
領域は過負荷

● 精算機は 5 台

◆ 1 台当たりの能力
は約 1 [人/分]

➡ 精算機を 1 台増やすと
過負荷状態が緩和される

まとめ

病院内に蓄積された 「既存データ」の活用

- 大量のデータが利用可能
 - ◆ 手作業では収集困難なほど膨大な情報を含む
 - ➡ 「ばらつき」が大きな現象の実態を俯瞰できる
- 本講演では、「待ち」を分析
 - ◆ 2年間に渡って、各時刻での待ち人数を算出
 - ➡ 外来での「待ち」の実態把握が可能

病院で生じる「待ち」の問題 に対する定量的アプローチ

- 理論的な知見に基づくと、踏み込んだデータ分析が可能
- 待ち行列理論の知見

稼働率 ρ が鍵となる

$$\rho = \frac{\text{平均到着率}}{\text{平均サービス能力}}$$

- ◆ $\rho > 1$ ➡ 待ちは際限なく増大し続ける
- ◆ ρ が 1 に近い ➡ 大混雑
- ◆ 待ちが小さくなるのは $1 - \rho$ (余裕) が大きい状況