水中光無線ネットワークの最適設計に向けて
〜 数理モデル化と理論的解析 〜

井上 文彰[†], 小玉 崇宏[††], 木村 共孝[†††]

† 大阪大学 工学研究科
†† 香川大学 創造工学部
††† 同志社大学 理工学部

水中無線通信

- 水中通信は非常に幅広いアプリケーションを有する
  - 資源探査: 海洋資源探査
  - 環境モニタリング: 海底，河川，湖，湾
  - 水産業: 養殖業，漁業
  - エンターテインメント: 水族館，レジャーダイビング
- 水中無線通信は物理的制約の厳しい挑戦的課題
  - 陸上とは異なり，電波伝搬特性が極めて劣悪
- 従来，水中における無線データ伝送には 音響通信 を利用
  - ✔ 優れた伝搬特性: 数 km 先まで通信可能
  - ✘ 限定的な通信帯域: 伝送レートは高々数百 kbps

水中光無線通信

- 高精細かつリアルタイムな水中環境観測への需要の高まり
  - 高精細センサ群 (LIDAR, ビデオカメラ等) を海底に展開
  - 水中において大量のトラヒックが生成
    - ➡ 音響通信に基づくシステムでは収容が非現実的

- 近年, 水中光無線通信技術に関する研究開発が進展
  - ✔ 広帯域通信: 数百 Mbps ～ 十 Gbps 程度に及ぶ伝送容量
  - ✘ 限定的な伝搬距離:
    - (i) 通信可能距離は高々数百メートル
    - (ii) 通信距離によって伝送容量は大幅に変化

水中光無線の伝送路特性

d: 送受信者間の距離

- 信号対雑音比 (SNR) は $d^{-\alpha} e^{-Kd}$ に比例して減衰[1,2]
  - $d^{-\alpha}$: 光の空間的拡散によるエネルギー減衰
    - しばしば，球面状の拡散 $\alpha = 2$ を想定
  - e^{-Kd}: 水中での光の吸収・散乱によるエネルギー減衰
    - K は水質や光の波長に大きく依存
    - 遠距離通信を困難にする主要因

水中光無線の伝送路特性

d: 送受信者間の距離

- 信号対雑音比 (SNR) は $d^{-\alpha}e^{-Kd}$ に比例して減衰[1,2]
  - $d^{-\alpha}$: 光の空間的拡散によるエネルギー減衰
    - しばしば，球面状の拡散 $\alpha = 2$ を想定
  - e^{-Kd}: 水中での光の吸収・散乱によるエネルギー減衰
    - K は水質や光の波長に大きく依存
    - 遠距離通信を困難にする主要因

➡ 距離 d が大きくなるにつれて伝送路容量は急激に減少

水中光無線の伝送路特性

d: 送受信者間の距離

- 信号対雑音比 (SNR) は $d^{-\alpha}e^{-Kd}$ に比例して減衰[1,2]
  - $d^{-\alpha}$: 光の空間的拡散によるエネルギー減衰
    - しばしば，球面状の拡散 $\alpha = 2$ を想定
  - e^{-Kd}: 水中での光の吸収・散乱によるエネルギー減衰
    - K は水質や光の波長に大きく依存
    - 遠距離通信を困難にする主要因

➡ 距離 d が大きくなるにつれて伝送路容量は急激に減少

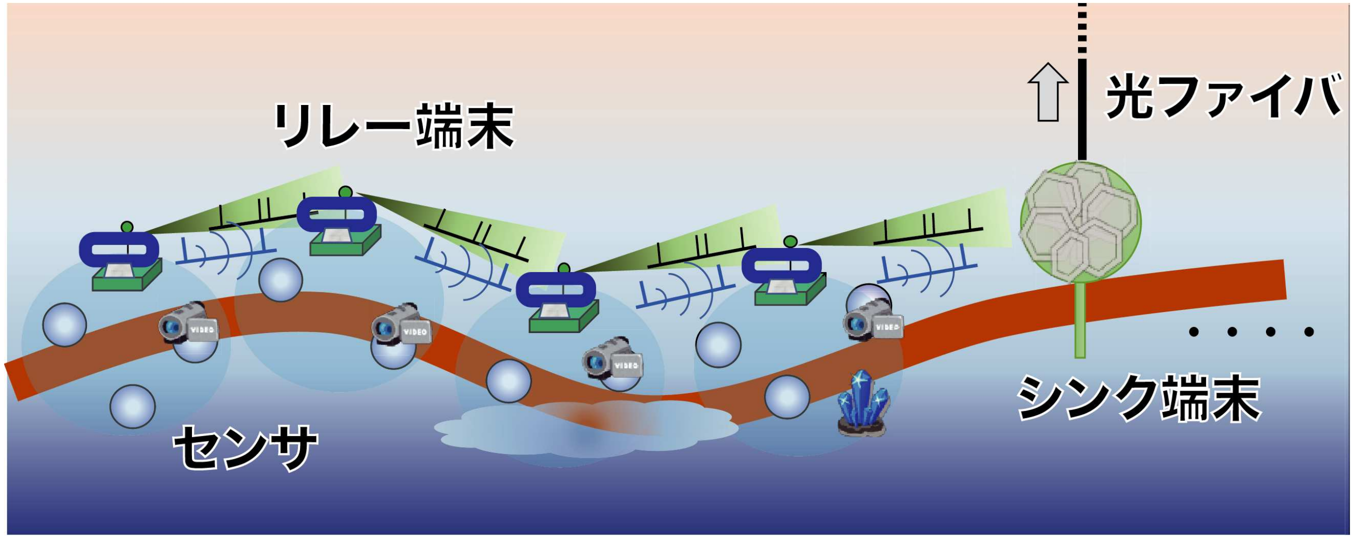
- 水中光無線の実用化に向けては，
  リレー端末群からなるネットワークの構築が不可欠

水中におけるリレー端末配置問題

- 音響ネットワーク
  - 周波数選択とリレー端末配置の同時最適化[3]
    - 適切な周波数が選ばれていれば 定間隔配置が最適
  - 最適ホップ数や変調パラメータの最適化[4]
    - 定間隔配置を仮定 した下で議論
- 光無線ネットワーク
  - 位置推定 (Localization) の精度に焦点を当てた研究[5]
  - 主に，垂直方向 (海底から水面) のデータリレーを想定

海底光無線ネットワーク

- 鉛直方向のネットワーク構成は，深海環境の観測には不向き
  - 深海から地上基地局までの長距離ネットワークが必要
  - 極めて多数の中継 AUV の配備が不可欠
- 本研究では，深海環境からのデータ収集 (下図) を想定



- 以降では，これを海底光無線ネットワークと呼ぶ

本研究の動機

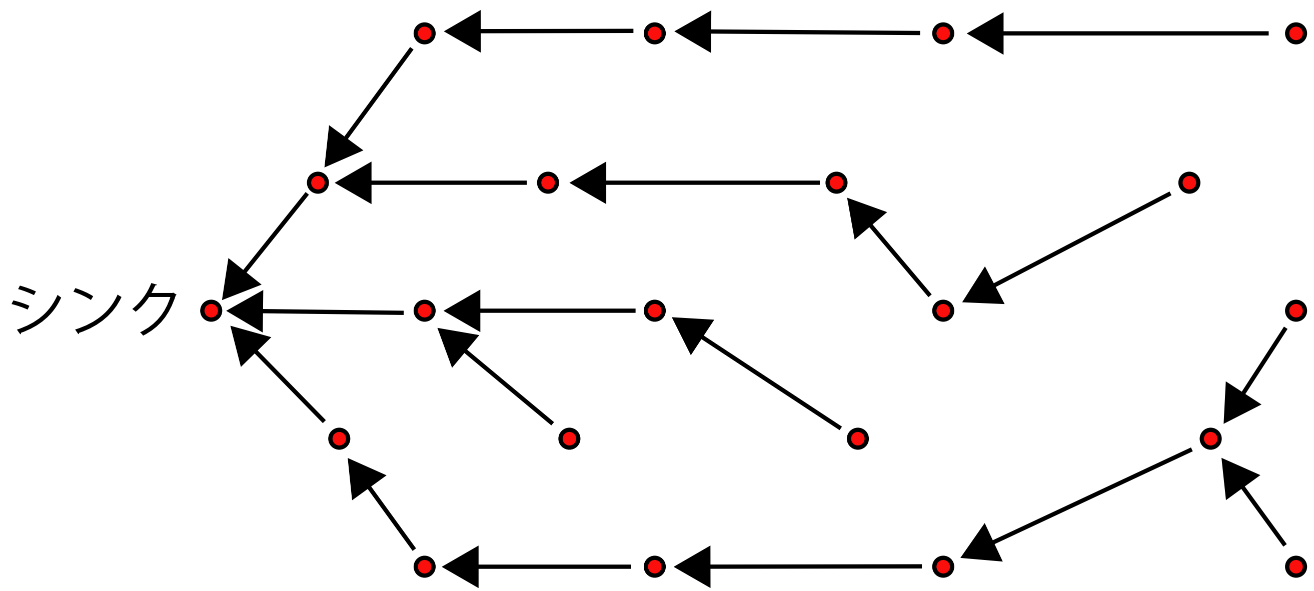
リレー端末配置は海底光無線ネットワークの性能に大きく影響

- 送受信間距離 d が大きくなるにつれて伝送路容量は急激に減少
- 一方，シンク端末付近のリンクには中継トラヒックが集中
  - 各リンクの伝送路容量が等しい場合，ボトルネックとなる
- シンクに近いほどリレー端末間隔を短くするのが合理的

各リレー端末は，自身が直接被覆する領域に加え，
上流領域の中継トラヒックを転送する必要がある

ネットワークトポロジ

- 海底におけるデータ収集を想定
  - シンクを根とする 木構造 が基本形



- 木構造のネットワークは複数の線分から構成
  - 以下では初期検討として，１次元ネットワークを考察

本研究の概要

1次元海底光無線ネットワークにおけるリレー端末の最適配置を考察

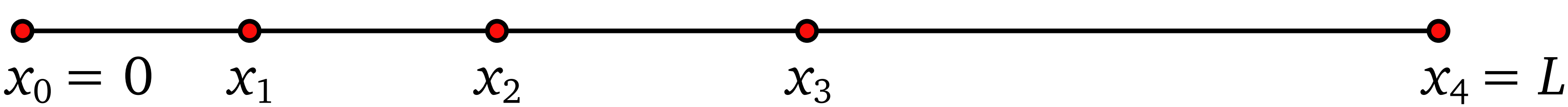
- リレー端末の最適配置問題を定式化
  - システムを待ち行列ネットワークとしてモデル化
  - 安定領域の最大化を目的とする最適化問題を導入
- 最適配置問題に対する大域的最適化法を考察
  - 後述するように，この問題は非凸制約を有する
    - ➡ 大域的最適化は一般には容易でない
  - 1次元ネットワークでは大域的最適解が求まることを証明
- さらに，数値例を通じて最適解の有用性を示す

最適配置問題の定式化

モデル (1)

- 1 台のシンク端末と，N 台のリレー端末が存在
  - $\mathcal{N} := \{1, 2, \ldots, N\}$: リレー端末の集合
  - シンク端末を 0 番目の端末と呼ぶ
- x_n $(n = 0, 1, \ldots, N)$: n 番目の端末の位置
  - $0 \leq x_n \leq x_{n+1}$
  - シンク端末の位置を $x_0 = 0$ とする
- 長さ L の領域 $\mathscr{L} := [0, L)$ をリレー端末が被覆 ➡ $x_N = L$ とする

$N = 4$ の例

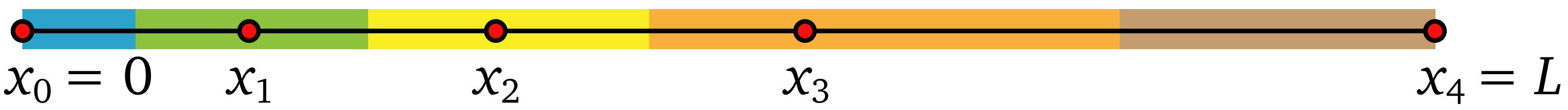


モデル (2)

- データパケットの発生時点は 一般の定常点過程 に従う
  - 発生位置は $\mathscr{L} = [0, L)$ 上で一様に分布
- 各パケットは 発生位置から最も近い端末 に伝送される
  - n 番目の端末の被覆範囲 $C_n := [a_n, b_n)$

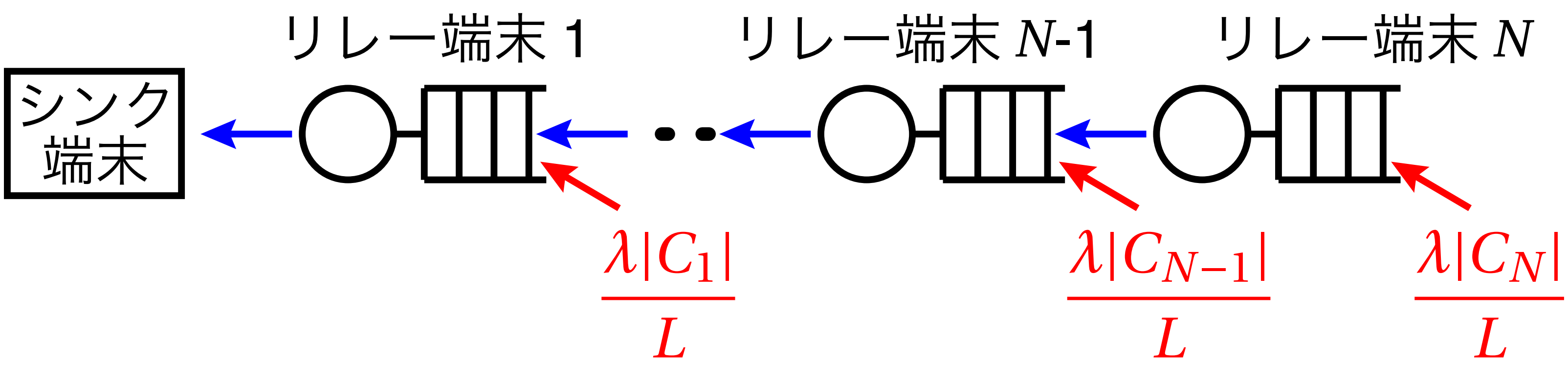
$$a_0 = 0, \qquad a_n = \frac{x_{n-1} + x_n}{2}, \quad n = 1, 2, \ldots, N$$
$$b_N = x_N, \qquad b_n = a_{n+1}, \quad n = 0, 1, \ldots, N-1$$

$N = 4$ の例



モデル (3)

- このとき，システムは G/G/1 待ち行列ネットワークで表現される

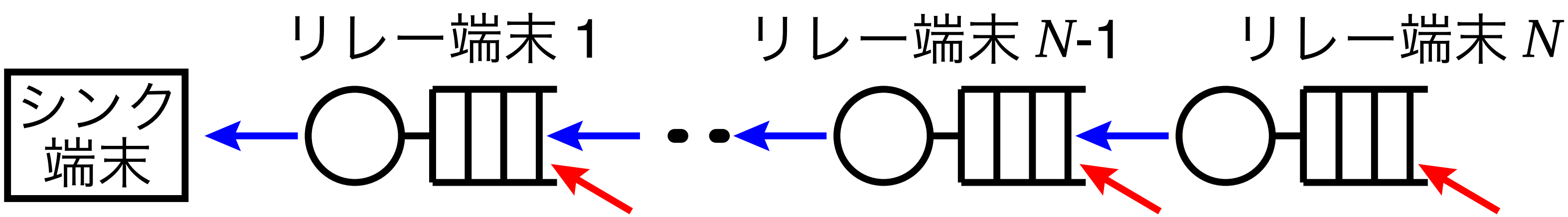


  - λ: 単位時間当たりのパケットの発生数
  - $|C_n|$: 端末 n の被覆領域長 $(= b_n - a_n)$

- B: パケットの平均データサイズ
- ρ_n: リレー端末 n への外部到着のトラヒック強度

$$\rho_n := \frac{\lambda|C_n|}{L} \cdot B$$

安定条件



- ρ_n: リレー端末 n への外部到着のトラヒック強度

$$\rho_n := \frac{\lambda|C_n|}{L} \cdot B = \boxed{\frac{\lambda B}{L}} \cdot |C_n| = \boxed{q} \cdot |C_n|$$

- q : 領域長で正規化された，単位時間当たり発生データ量
- このシステムの安定条件は次式で与えられる

$$\boxed{\sum_{n=i}^{N} \rho_n < R(x_i - x_{i-1})}, \qquad i = 1, 2, \ldots, N$$

$R(d)$: 端末間距離 d における伝送路容量

伝送路容量 $R(d)$

- SNR(d): 端末間距離 d における SNR

$$\mathrm{SNR}(d) = \frac{Ae^{-Kd}}{(\epsilon + d)^{\alpha}}$$

$A > 0$, $K > 0$, $\alpha > 0$ は物理的特性から定まるパラメータ

ϵ: 原点 $d = 0$ における特異な挙動を避けるための小さな定数

伝送路容量 $R(d)$

- $\mathrm{SNR}(d)$: 端末間距離 d における SNR

$$\mathrm{SNR}(d) = \frac{Ae^{-Kd}}{(\epsilon + d)^{\alpha}}$$

$A > 0,\ K > 0,\ \alpha > 0$ は物理的特性から定まるパラメータ

- 伝送路容量 $R(d)$ は次式で与えられる

$$R(d) = W \log(1 + \mathrm{SNR}(d))$$

- しかし，以下では $R(d)$ に具体的な関数形を仮定しない
  - 代わりに，$R(d)$ の性質として次の仮定のみを置く

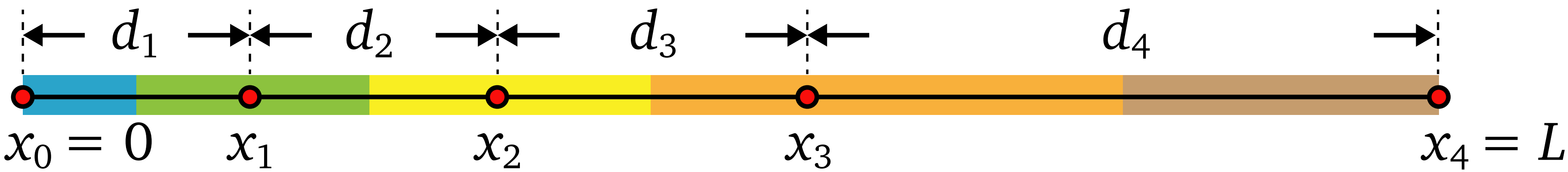
(i) 狭義単調減少

(ii) 連続的微分可能かつ凸関数

(iii) $\lim_{d \to \infty} R(d) = 0$

ここまでのまとめ

- リレー端末の配置によって被覆範囲が変化



- リレー端末 i が単位時間当たりに中継するデータ量

$$q\left(\frac{d_i}{2} + \sum_{n=i+1}^{N} d_n\right)$$

  - q: 領域長で正規化された，単位時間当たり発生データ量

- システムの安定条件　　($R(d)$: 距離 d における伝送路容量)

$$\boxed{q\left(\frac{d_i}{2} + \sum_{n=i+1}^{N} d_n\right) < R(d_i)}, \qquad i = 1, 2, \ldots, N$$

システムの安定領域

q: 領域長で正規化された，単位時間当たり発生データ量 (負荷)

d_i: 端末 i と $i+1$ の間隔

- システムの安定条件

$$\frac{qd_i}{2} + q\sum_{n=i+1}^{N} d_n < R(d_i), \quad i = 1, 2, \ldots, N$$

- 上式を満たす 負荷 q の上限値 が安定領域の大きさを決める

$$q_{\sup}(\boldsymbol{d}) := \max\left\{ q \in \mathbb{R}^{+} \;\middle|\; \sum_{n=i}^{N} \frac{qd_i}{2} + q\sum_{n=i+1}^{N} d_n \le R(d_i),\, i \in \mathcal{N} \right\}$$

➡ 本研究では， $q_{\sup}(\boldsymbol{d})$ を最大化 する問題を考える

最適配置問題

- 安定領域の最大化を目的とするリレー端末配置問題

$$
\begin{aligned}
\underset{q\in\mathbb{R},\,\boldsymbol{d}\in\mathbb{R}^N}{\text{maximize}} \quad & q \\
\text{s.t.} \quad & R(d_i) - \frac{qd_i}{2} - \sum_{n=i+1}^{N} qd_n \geq 0,\ \ i \in \{1,2,\ldots,N\} \\
& q \geq 0,\ \ \sum_{i=1}^{N} d_i = L,\ \ d_i \geq 0,\ \ i \in \{1,2,\ldots,N\}
\end{aligned}
$$

- 固定した q に対し，実行可能領域は凸集合の補集合に等しい
  - ➡ この問題は非凸最適化問題に属する
- 非凸最適化問題の大域的最適化は一般には容易でない
- この問題特有の構造を利用すると，大域的最適解が求まる

大域的最適化法

部分問題の導入

$$\underset{q\in\mathbb{R},\,\boldsymbol{d}\in\mathbb{R}^N}{\text{maximize}}\ q$$

$$\text{s.t.}\quad R(d_i) - \frac{qd_i}{2} - \textstyle\sum_{n=i+1}^{N} qd_n \geq 0,\ \ i \in \{1,2,\ldots,N\}$$

$$q \geq 0,\ \ \textstyle\sum_{i=1}^{N} d_i = L,\ \ d_i \geq 0,\ \ i \in \{1,2,\ldots,N\}$$

- $q > 0$ に対し，下記の部分問題 (S_q) を導入

$$\underset{\boldsymbol{d}\in\mathbb{R}^N}{\text{maximize}}\ \sum_{n=1}^{N} d_n$$

$$\text{s.t.}\ R(d_i) - \frac{qd_i}{2} - \sum_{n=i+1}^{N} qd_n \geq 0,\ \ d_i \geq 0,\ \ i \in \{1,2,\ldots,N\}$$

  - 固定された負荷 q に対し，被覆領域長を最大化

部分問題 S_q

$$\underset{\boldsymbol{d}\in\mathbb{R}^N}{\text{maximize}} \ \sum_{n=1}^{N} d_n$$

$$\text{s.t.} \quad R(d_i) - \frac{qd_i}{2} - \sum_{n=i+1}^{N} qd_n \geq 0, \ d_i \geq 0, \ i \in \{1, 2, \ldots, N\}$$

- (S_q) の実行可能領域は凸集合の補集合
  - ➡ この問題は 逆凸計画問題 に属する

部分問題 S_q

$$\underset{\boldsymbol{d}\in\mathbb{R}^N}{\text{maximize}} \sum_{n=1}^{N} d_n$$

$$\text{s.t.} \quad R(d_i) - \frac{q d_i}{2} - \sum_{n=i+1}^{N} q d_n \geq 0,\ d_i \geq 0,\ i \in \{1, 2, \ldots, N\}$$

- (S_q) の実行可能領域は凸集合の補集合
  - ➡ この問題は 逆凸計画問題 に属する
- N 変数の逆凸計画問題
  - ◆ 制約条件のうち N 個を等号で満たす最適解が存在[6]

部分問題 S_q

$$\underset{\boldsymbol{d}\in\mathbb{R}^N}{\text{maximize}} \ \sum_{n=1}^{N} d_n$$

$$\text{s.t.} \quad R(d_i) - \frac{q d_i}{2} - \sum_{n=i+1}^{N} q d_n \geq 0,\ d_i \geq 0,\ i \in \{1, 2, \ldots, N\}$$

- (S_q) の実行可能領域は凸集合の補集合
  - ➡ この問題は 逆凸計画問題 に属する
- N 変数の逆凸計画問題
  - ◆ 制約条件のうち N 個を等号で満たす最適解が存在[6]
- (S_q) の制約条件は全部で $2N$ 個 (うち N 個は $d_i = 0$ という形)

部分問題の最適解

部分問題 S_q の最適解は下記で 陽に求められる

- $g_q(x) := \dfrac{R(x)}{q} - \dfrac{x}{2}$ とおく

(i) $g_q^{-1}(0) \geq g_q(0)$ のとき,

$$\boldsymbol{d} = (0, 0, \ldots, 0, g_q^{-1}(0))^\top$$ は (S_q) の大域的最適解

(ii) $g_q^{-1}(0) < g_q(0)$ とき,

$$\boldsymbol{d} = (d_1^*, d_2^*, \ldots, d_N^*)^\top$$ は (S_q) の大域的最適解

ただし, $d_N^* = g_q^{-1}(0)$, $\quad d_i^* = g_q^{-1}\left(\sum_{n=i+1}^{N} d_n^*\right)$, $i = 1, 2, \ldots, N-1$

部分問題と原問題の関係

$\boldsymbol{d}_q^*$: 部分問題 (S_q) の最適解,　　x_q^*: 最大被覆距離 ($\boldsymbol{d}_q^*$ の要素和)

- 以下が成立することが示せる

  (a) x_q^* は q に関して連続かつ狭義単調減少であり,

$$\lim_{q \to 0+} x_q^* = \infty, \qquad \lim_{q \to \infty} x_q^* = 0$$

  - 負荷 q が小さいほど被覆可能距離は大きい

部分問題と原問題の関係

$\boldsymbol{d}_q^*$: 部分問題 (S_q) の最適解,　　x_q^*: 最大被覆距離 ($\boldsymbol{d}_q^*$ の要素和)

- 以下が成立することが示せる

(a) x_q^* は q に関して連続かつ狭義単調減少であり,

$$\lim_{q \to 0+} x_q^* = \infty, \qquad \lim_{q \to \infty} x_q^* = 0$$

(b) 原問題の最適値 $q_{\sup}^*$ は次式で特徴付けられる.

$$x_q^* > L \Leftrightarrow q < q_{\sup}^*, \qquad x_q^* < L \Leftrightarrow q > q_{\sup}^*, \qquad x_q^* = L \Leftrightarrow q = q_{\sup}^*$$

部分問題と原問題の関係

$\boldsymbol{d}_q^*$: 部分問題 (S_q) の最適解,　　x_q^*: 最大被覆距離 ($\boldsymbol{d}_q^*$ の要素和)

- 以下が成立することが示せる

(a) x_q^* は q に関して連続かつ狭義単調減少であり,

$$\lim_{q\to 0+} x_q^* = \infty, \qquad \lim_{q\to\infty} x_q^* = 0$$

(b) 原問題の最適値 $q_{\sup}^*$ は次式で特徴付けられる.

$$x_q^* > L \Leftrightarrow q < q_{\sup}^*, \qquad x_q^* < L \Leftrightarrow q > q_{\sup}^*, \qquad x_q^* = L \Leftrightarrow q = q_{\sup}^*$$

- $(q_{\sup}^*, \boldsymbol{d}_{q_{\sup}^*}^*)$ は原問題の大域的最適解となる

➡ 原問題の最適解は, 二分法で容易に求まる

部分問題の最適解 (再掲)

部分問題 S_q の最適解は下記で陽に求められる

- $g_q(x) := \dfrac{R(x)}{q} - \dfrac{x}{2}$ とおく

(i) $g_q^{-1}(0) \geq g_q(0)$ のとき,

$$\boldsymbol{d} = (0, 0, \ldots, 0, g_q^{-1}(0))^\top$$ は (S_q) の大域的最適解

(ii) $g_q^{-1}(0) < g_q(0)$ とき,

$$\boldsymbol{d} = (d_1^*, d_2^*, \ldots, d_N^*)^\top$$ は (S_q) の大域的最適解

ただし, $d_N^* = g_q^{-1}(0)$, $\quad d_i^* = g_q^{-1}\left(\sum_{n=i+1}^{N} d_n^*\right)$, $i = 1, 2, \ldots, N-1$

大域的最適解の性質 (1)

- q_0 を次の方程式の唯一解とする

$$R\left(\frac{R(0)}{q}\right) - \frac{R(0)}{2} = 0, \quad q > 0.$$

- $L_0 := g_{q_0}^{-1}(0)$ とおくと，以下が成立

(i) $\forall L \le L_0$ に対し，$g_{q^*_{\sup}(L)}^{-1}(0) \ge g_{q^*_{\sup}(L)}(0)$,

(ii) $\forall L > L_0$ に対し，$g_{q^*_{\sup}(L)}^{-1}(0) < g_{q^*_{\sup}(L)}(0)$,

➡ 領域長が閾値 L_0 より大きいとき，最適配置間隔は

$$d_N^* = g_{q^*_{\sup}}^{-1}(0), \quad d_i^* = g_{q^*_{\sup}}^{-1}\left(\sum_{n=i+1}^{N} d_n^*\right), \; i = 1, 2, \ldots, N-1$$

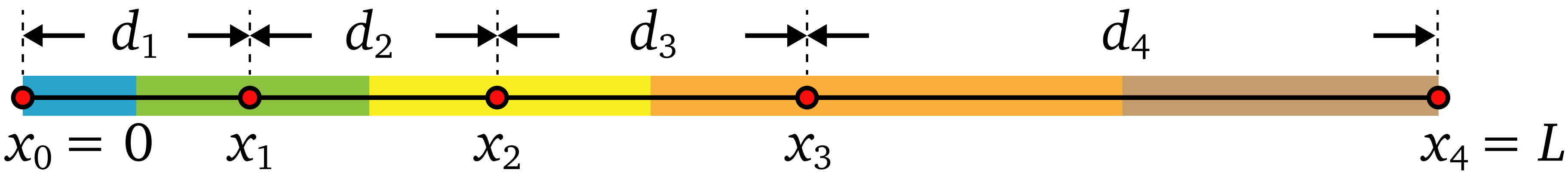
大域的最適解の性質 (2)

以下では，領域長 $L > L_0$ を仮定

- 最適配置間隔は

$$d_N^* = g_{q_{\sup}^*}^{-1}(0), \quad d_i^* = g_{q_{\sup}^*}^{-1}\left(\sum_{n=i+1}^{N} d_n^*\right), \; i = 1, 2, \ldots, N-1$$

  - 末端 (シンクの最遠ノード) から順に間隔が決まっていく



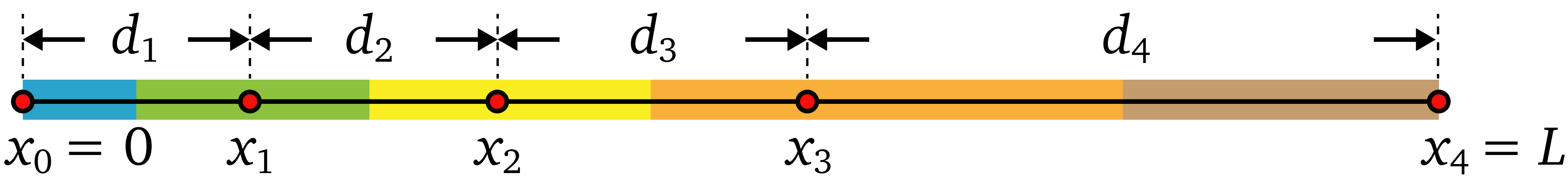
大域的最適解の性質 (2)

以下では，領域長 $L > L_0$ を仮定

- 最適配置間隔は

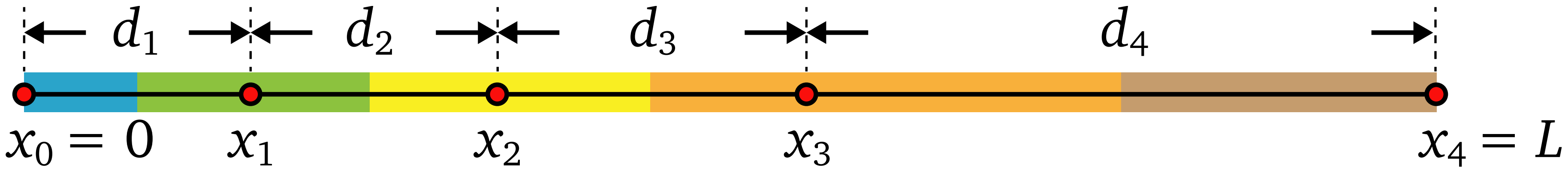
$$d_N^* = g_{q^*_{\sup}}^{-1}(0), \quad d_i^* = g_{q^*_{\sup}}^{-1}\left(\sum_{n=i+1}^{N} d_n^*\right), \ i = 1, 2, \ldots, N-1$$

  - ◆ 末端 (シンクの最遠ノード) から順に間隔が決まっていく



- さらに上式より，$0 < d_i^* < d_{i+1}^*$ が示せる
  - ➡ シンクに近いほど配置間隔を短くするのが最適

大域的最適解の性質 (3)



- $\gamma := 1 + 1/g_q'(0)$ とおく
- $\boxed{0 < \gamma < 1}$ であり，以下が成立
  - $(g_q^{-1})'(0) > -1$ ならば

    $$d_i^* \leq \gamma^{N-i} d_N^*, \qquad i = 1, 2, \ldots, N-1$$

  - $(g^{-1})'(0) \leq -1$ ならば

    $$d_i^* \leq \gamma^{N-i-1} d_{N-1}^*, \qquad i = 1, 2, \ldots, N-2$$

➡ 末端からシンクに向かって，最適間隔は指数関数より急激に減少

数値評価

モデルパラメータ

- 伝送容量関数 $R(d)$

$$R(d) = W \log(1 + \mathrm{SNR}(d))$$

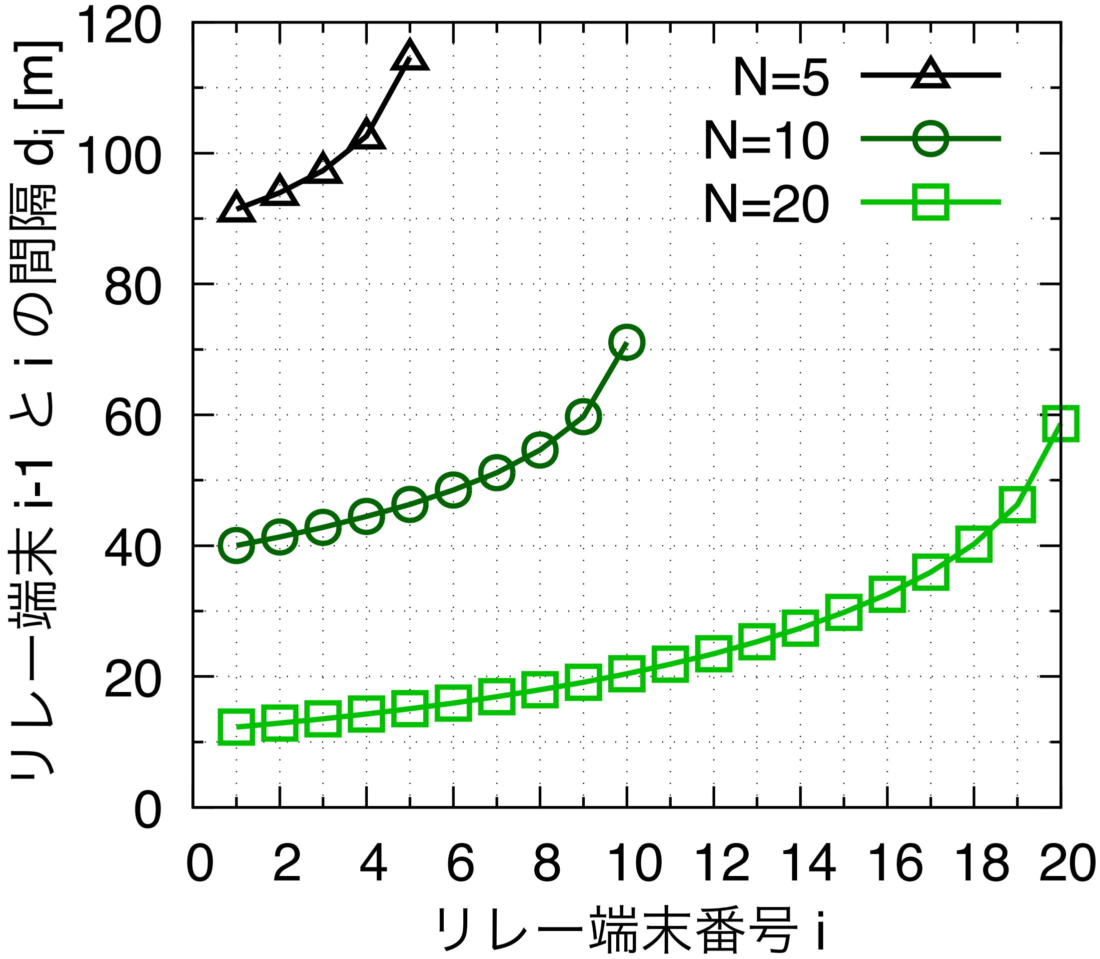
$$\mathrm{SNR}(d) = \frac{P_{\mathrm{t}} D^2 \cos\varphi}{4(\tan^2\theta) P_{\mathrm{n}}} \cdot \frac{e^{-Kr}}{(\epsilon + r)^2}$$

- 波長による減衰係数 K の違いを考慮
  - 純水に近い水質における
    赤色光，緑色光，青色光の値を使用

記号	単位	値
P_{t}	W	0.5
P_{n}	W	2×10^{-6}
D	m	0.2
φ	度	10
θ	度	10
W	Hz	5×10^{8}
K	1/m	赤色光: 3×10^{-1} 緑色光: 7×10^{-2} 青色光: 2×10^{-2}
ϵ	m	1

最適配置間隔 (緑色光)

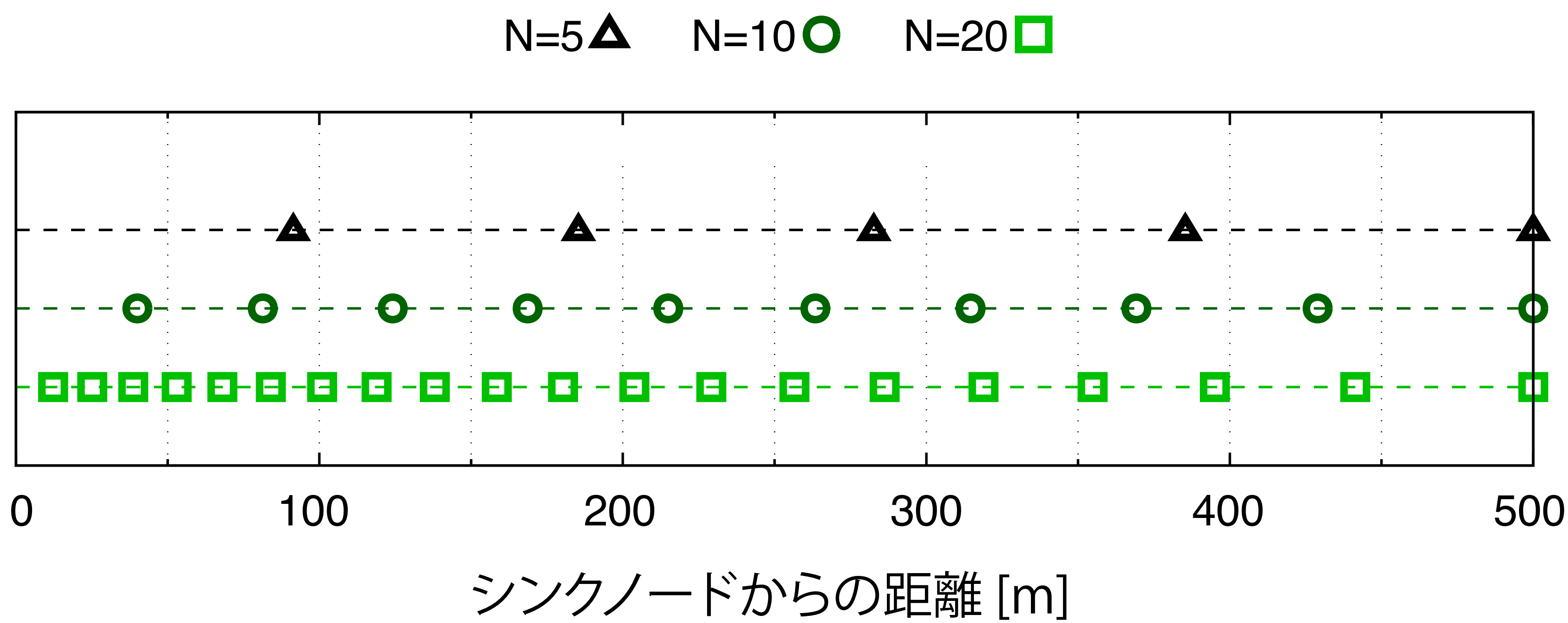
緑色光の場合における最適配置間隔



- シンク端末から離れるに従って配置間隔が増加
- シンクに最も近い端末と遠い端末とでは大きな差

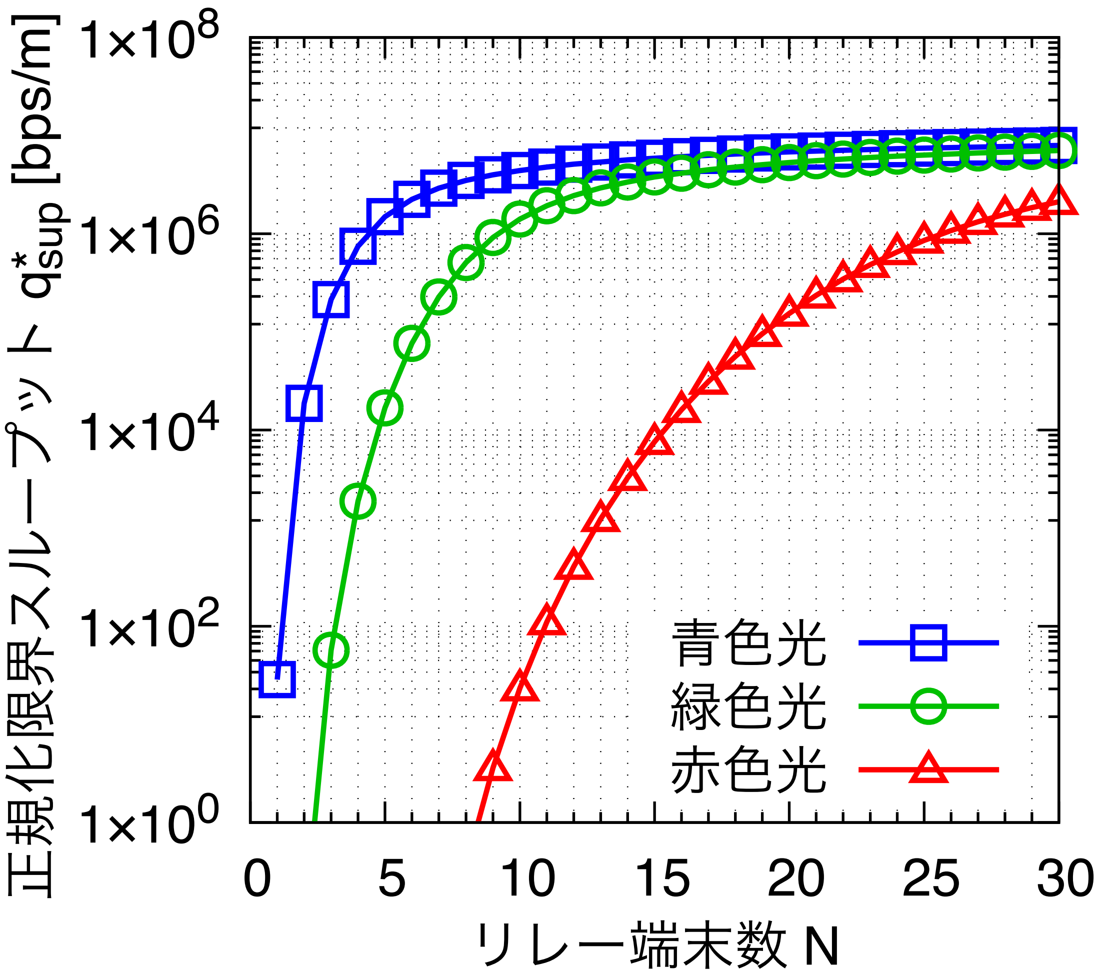
最適配置間隔 (緑色光)

緑色光の場合における最適配置



リレー端末数が q^*_{sup} に与える影響

q^*_{sup}: 最大スループットを領域長で正規化した量

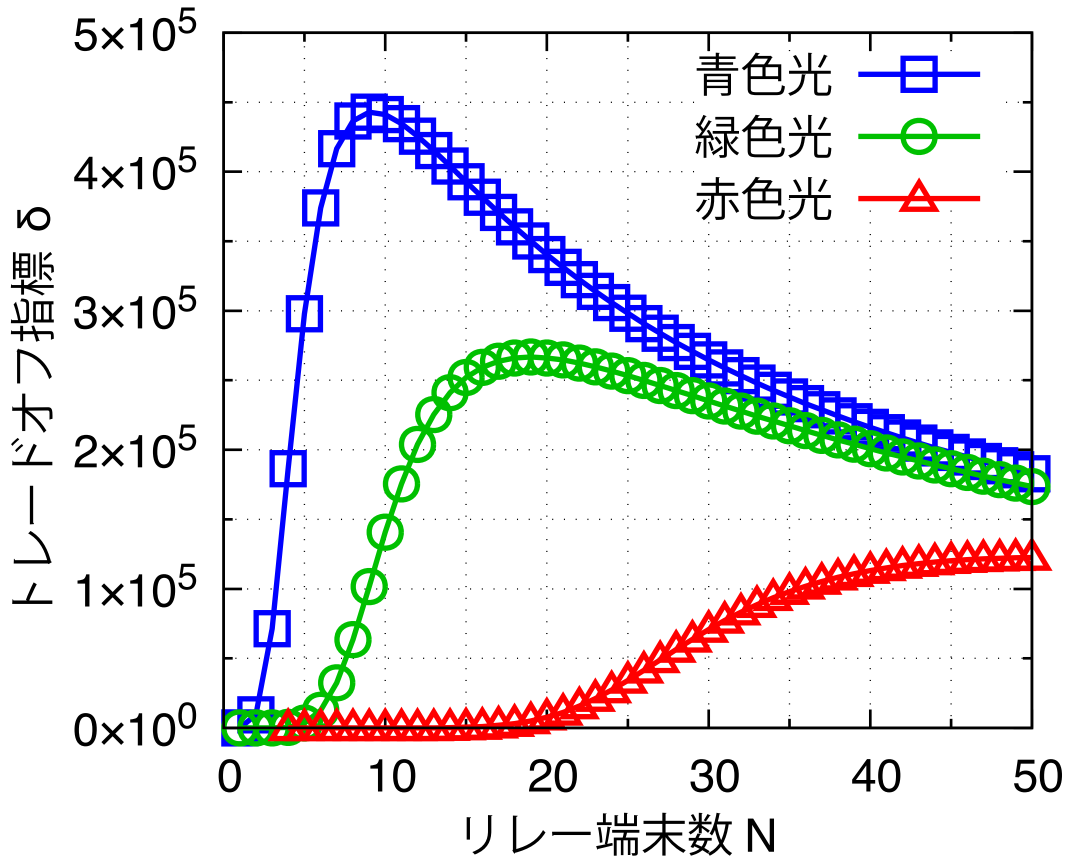


- リレー端末の追加により，安定領域は大幅に増大
- リレー端末数が増えるにつれて性能改善幅は減少

トレードオフ指標

- 適切なリレー端末数 N を考察したい
  - トレードオフ指標 $\delta := q_{\mathrm{sup}}/N$ を導入

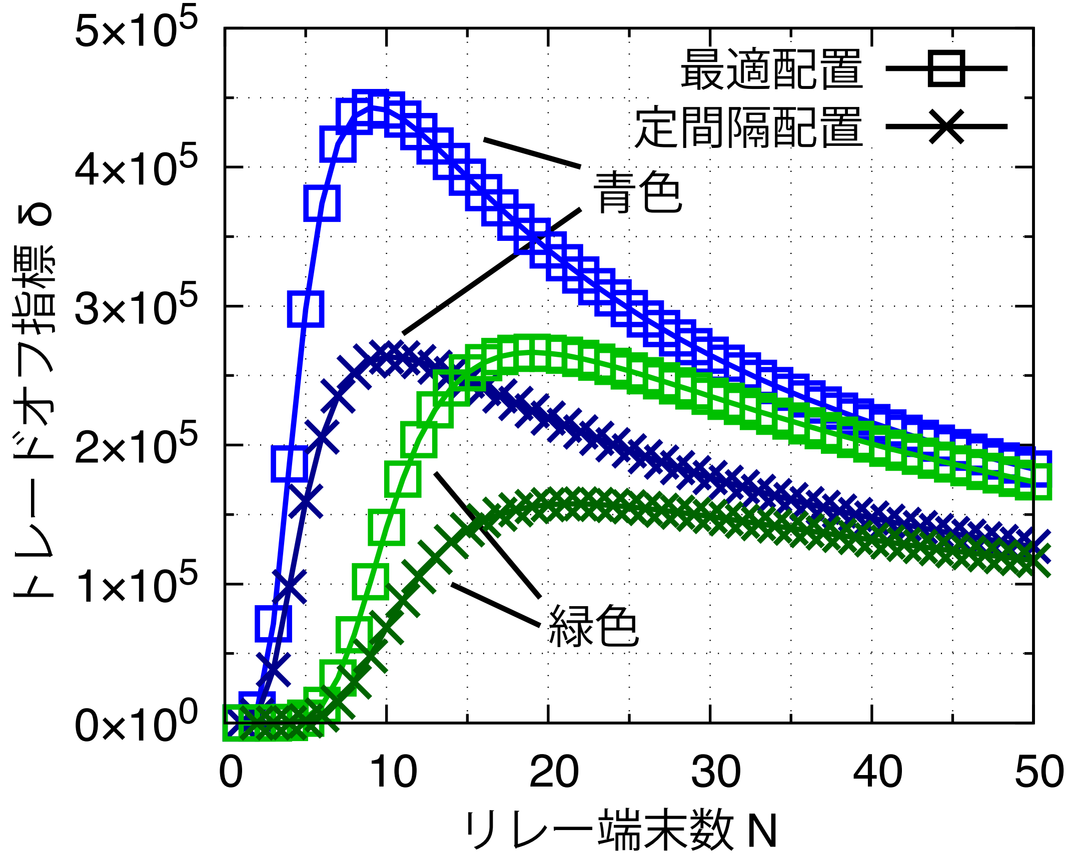
    (リレー端末 1 台当たりの，収容可能トラヒック量に相当)



- 縦軸がリニアスケールであることに注意
- 適切なリレー端末数は波長 (吸収率) に依存

定間隔配置と最適配置の性能比較

トレードオフ指標 $\delta = q_{\mathrm{sup}} / N$



- 最適配置を用いることでシステム性能は大きく向上
- リレー端末数が過剰な領域
    - 定間隔との差は減少
    - 最適配置での性能が飽和することによる

まとめ

海底光無線ネットワークにおけるリレー端末配置を考察

- 1 次元のリレー端末配置問題を定式化して解析
  - 待ち行列ネットワークとしてモデル化
  - 安定領域の最大化を目的とする最適化問題を考察
  - 大域的最適解を導出し，その性質を議論
- 本講演は以下の論文の内容に基づく

  Y. Inoue, T. Kodama, and T. Kimura,
  “Global Optimization of Relay Placement for Seafloor Optical Wireless Networks,”
  IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 20, no. 3, pp. 1801-1815, 2021.

  - 論文中ではさらに，2 次元ネットワークへの拡張も議論
- 今後の課題: より複雑なトポロジ・チャネルモデルの考慮,
  センサ配置の最適化，ランダムネスへの対処…など

参考文献

[1] J. W. Giles and I. N. Bankman, “Underwater optical communications systems. Part 2: basic design considerations,” Proc. IEEE MILCOM 2005, pp. 1700–1705, 2005.

[2] M. Doniec, et al., “An end-to-end signal strength model for underwater optical communications,” IEEE J. Ocean. Eng., vol. 38, no. 4, pp. 743–757, 2013.

[3] C. Kam, S. Kompella, G. D. Nguyen, A. Ephremides, and Z. Jiang, “Frequency selection and relay placement for energy efficiency in underwater acoustic networks,” IEEE J. of Ocean. Eng., vol. 39, no. 2, pp. 331–342, 2014.

[4] F. A. de Souza, et al., “Optimizing the number of hops and retransmissions for energy efficient multi-hop underwater acoustic communications,” IEEE Sens. J., vol. 16, no. 10, pp. 3927–3938, 2016.

[5] N. Saeed, T. Y. Al-Naffouri et al., “Outlier detection and optimal anchor placement for 3-D underwater optical wireless sensor network localization,” IEEE Trans. Commun., vol. 67, no. 1, pp. 611–622, 2019.

[6] R. J. Hillestad and S. E. Jacobsen, “Reverse convex programming,” Appl. Math. Optim., vol. 6, 63–78, 1980.